

ENGENHARIA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

ANÁLISE DE **CIRCUITOS** EM **CORRENTE** ALTERNADA PARA **SISTEMAS** DE **POTÊNCIA**



Ailson P. de Moura
Adriano Aron F. de Moura
Ednardo P. da Rocha

Artliber
EDITORIAL

ENGENHARIA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

**Análise de circuitos em corrente alternada
para sistemas de potência**

Sumário

1. Análise Vetorial.....	13
1.1 – Introdução	13
1.2 – Breve histórico dos números complexos	13
1.3 – Números complexos aplicados à análise de circuitos	20
1.4 – Calculadora complexa	27
1.5 – Exercícios	41
 2. A Senóide, Valores Médio e Eficaz	45
2.1 – Introdução.....	45
2.2 – Onda senoidal	45
2.3 – Geração de uma tensão alternada	47
2.4 – O valor médio	58
2.5 – O valor médio quadrático ou valor eficaz ou valor RMS	60
2.6 – Exercícios	63
 3. Circuitos Básicos em Corrente Alternada (CA)	65
3.1 – Introdução.....	65
3.2 – Circuito resistivo	65
3.3 – Circuito indutivo.....	68
3.4 – Circuito capacitivo.....	74
3.5 – Exercícios	86
 4. Teoria e Cálculo de Circuitos Elétricos em CA	87
4.1 – Introdução.....	87
4.2 – Introdução ao programa ATPdraw	88
4.3 – Vetores e fasores	101

4.4 – Domínio do tempo	102
4.5 – Domínio da frequência	104
4.6 – Impedância e admitância complexas	107
4.7 – Leis de Kirchhoff e associação de impedâncias complexas	112
4.8 – Diagrama de fasores	114
4.9 – Formulação da análise de malhas	121
4.10 – Análise de circuitos pelo método das tensões de nós	127
4.11 – Exercícios	132
 5. Análise de Circuitos em Regime Permanente Senoidal	137
5.1 – Introdução	137
5.2 – Teorema de Thévenin	137
5.3 – Teorema de Norton	140
5.4 – Teorema da superposição	142
5.5 – Teorema da compensação ou da substituição	146
5.6 – Teorema da reciprocidade	148
5.7 – Teorema de Millman	150
5.8 – Teorema da máxima transferência de potência média	153
5.9 – Transformação $\Delta - Y$ e $Y - \Delta$ ou teorema de Kennelly	154
5.10 – Exercícios	160
 6. Potência em Circuitos de CA e Correção do Fator de Potência	163
6.1 – Introdução	163
6.2 – Potência monofásica	164
6.3 – Potência complexa	168
6.4 – Fator de potência	174
6.5 – Correção do fator de potência	175
6.6 – Exercícios	201

7. Ressonância e Filtros Elétricos	205
7.1 – Introdução	205
7.2 – Ressonância de um sistema físico	205
7.3 – Circuitos elétricos em ressonância	207
7.4 – Ferro-ressonância.....	216
7.5 – Os filtros elétricos	217
7.6 – Exercícios	222
 8. Circuitos Trifásicos.....	 225
8.1 – Introdução	225
8.2 – Sistemas elétricos trifásicos.....	225
8.3 – Geração de tensões trifásicas.....	227
8.4 – A ligação estrela equilibrada ou Y trifásica com neutro	231
8.5 – A ligação delta ou triângulo Δ equilibrado	237
8.6 – Potência em circuitos trifásicos equilibrados	240
8.7 – Correção do fator de potência trifásico.....	246
8.8 – Circuitos desequilibrados	251
8.9 – Potência e fator de potência em circuitos trifásicos desequilibrados.....	258
8.10 – Indicador de sequência de fases de Varley	260
8.11 – Medição de potência ativa trifásica	265
8.12 – Medição da potência reativa trifásica	274
8.13 – Fluxo de potência trifásico	277
8.14 – Exercícios	280
 9. Circuitos Elétricos com Ondas Não Senoidais.....	 283
9.1 – Introdução	283
9.2 – Efeitos da circulação de correntes harmônicas.....	283
9.3 – Fontes de correntes harmônicas.....	285
9.4 – Revisão da série de Fourier	285

9.5 – Circuitos elétricos excitados com ondas não senoidais	289
9.6 – Exercícios	310
Bibliografia.....	313

Potência em Circuitos de CA e Correção do Fator de Potência

6.1 – Introdução

O estudo dos circuitos elétricos em corrente alternada é um pré-requisito fundamental para o estudo da geração, transmissão e distribuição de energia elétrica em sistemas de potência. A transmissão de energia envolve uma grande quantidade de potência, sendo transmitida desde a geração até a carga (figura 6.1).

A fórmula fundamental da potência transmitida pela central geradora é dada por:

$$p = VI \text{ (W)} \quad (6.1)$$

Assim, é apropriado começar este capítulo com uma explanação detalhada sobre este assunto, para depois então abordarmos todos os passos necessários para a correção do fator de potência em um sistema elétrico.

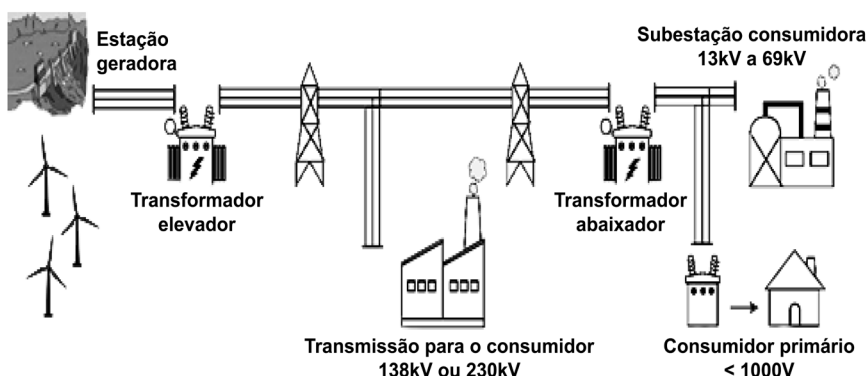


Figura 6.1 – Transmissão de energia elétrica

6.2 – Potência monofásica

Vamos considerar o caso em que o sistema da figura 6.1 esteja na hora de maior consumo, chamada de carga pesada. Neste intervalo de tempo, as indústrias e o comércio estão em pleno funcionamento. A iluminação pública e as residências também estão entrando em carga máxima. Neste intervalo de tempo, a natureza da carga é predominantemente indutiva, sendo a impedância da carga do tipo R, L .

Uma carga com natureza indutiva armazena uma parcela da energia gerada com um elevado investimento, mas que não realiza trabalho útil. Para mostrar esse fato, consideremos a tensão e a corrente senoidais, dadas por:

$$V(t) = V_m \text{sen} \omega t \quad (6.2)$$

$$I(t) = I_m \text{sen}(\omega t - \theta) \quad (6.3)$$

Usando a equação (6.1), temos a potência transmitida pela central geradora.

$$p(t) = VI = V_m I_m \text{sen} \omega t \text{sen}(\omega t - \theta) \quad (6.4)$$

Desenvolvendo a equação (6.4), temos:

$$p = \text{sen} \omega t (\text{sen} \omega t \cos \theta - \text{sen} \theta \cos \omega t) = (\text{sen} \omega t)^2 \cos \theta - \text{sen} \omega t \cos \omega t \text{sen} \theta \quad (6.5)$$

Usando a identidade:

$$(\text{sen} \omega t)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t$$

Vem:

$$p(t) = V_m I_m \cos \theta \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right) - \text{sen} \omega t \cos \omega t V_m I_m \text{sen} \theta \quad (6.6)$$

Multiplicando e dividindo por dois o segundo termo da equação (6.6), temos:

$$p(t) = V_m I_m \cos\theta \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right) - \frac{2 \sin \omega t \cos \omega t V_m I_m \sin\theta}{2} \quad (6.7)$$

Colocando $\frac{1}{2}$ em evidência e usando a identidade: $2 \sin \omega t \cos \omega t = \sin 2\omega t$, temos:

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos\theta (1 - \cos 2\omega t) - \frac{\sin 2\omega t V_m I_m \sin\theta}{2} \quad (6.8)$$

Fazendo $2 = \sqrt{2}\sqrt{2}$ e tomando o valor eficaz:

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2}} V_m I_m \cos\theta (1 - \cos 2\omega t) - \frac{\sin 2\omega t V_m I_m \sin\theta}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \quad (6.9)$$

$$p(t) = V_{ef} I_{ef} \cos\theta (1 - \cos 2\omega t) - V_{ef} I_{ef} \sin\theta \sin 2\omega t \quad (6.10)$$

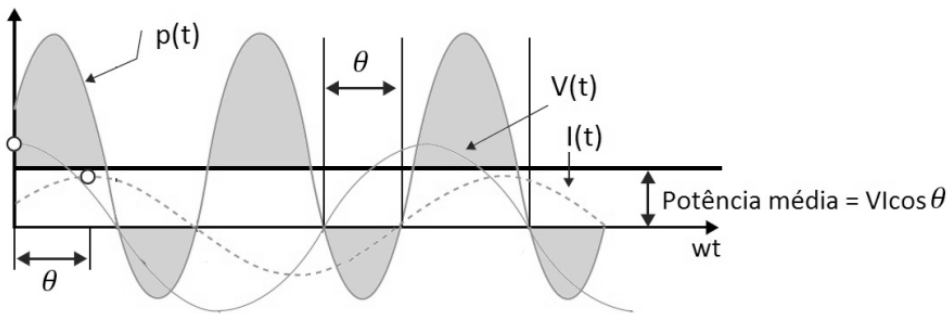


Figura 6.2 – Potência monofásica com natureza indutiva

A potência foi decomposta em duas componentes, conforme a figura 6.3.

$$p_1(t) = V_{ef} I_{ef} \cos\theta (1 - \cos 2\omega t) \quad (6.11)$$

E:

$$p_2(t) = - V_{ef} I_{ef} \sin\theta \sin 2\omega t \quad (6.12)$$

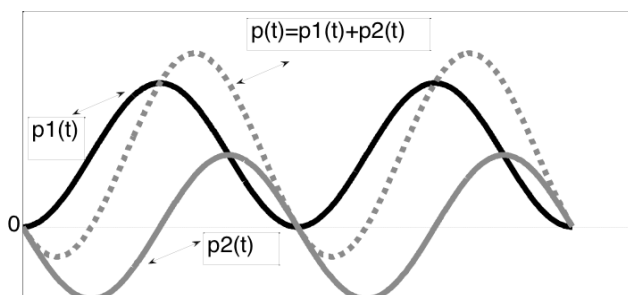


Figura 6.3 – Potência monofásica decomposta em duas componentes

A primeira oscila com frequência angular 2ω em torno do mesmo valor médio, mas nunca fica negativa. Já a segunda oscila com frequência angular 2ω e tem valor médio nulo. A potência total $p(t) = p_1(t) + p_2(t)$ oscila em torno da potência média $p_1(t)$, com frequência angular dupla. Durante certos períodos, a potência torna-se negativa. Nestes intervalos, a potência $p(t)$ flui no sentido negativo.

Portanto, a potência ativa ou real (P) é definida como o valor médio de $p(t)$. Fisicamente, ela é a potência útil que está sendo transmitida.

$$P = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} [V_{ef} I_{ef} \cos\theta (1 - \cos 2\omega t) - V_{ef} I_{ef} \sin\theta \sin(2\omega t)] dt$$

$$= V_{ef} I_{ef} \cos\theta \quad (6.13)$$

A potência ativa oscila com frequência angular 2ω .

A potência reativa (Q) é, por definição, igual ao valor máximo da componente de potência p_2 , que caminha para trás e para frente no circuito elétrico, resultando em média zero. Portanto, não realiza trabalho útil.

$$Q = V_{ef} I_{ef} \sin\theta \quad (6.14)$$

A potência reativa está atrasada 90° em relação à potência ativa. Ela também oscila com frequência angular 2ω .

Tanto a potência ativa como a potência reativa têm a dimensão de Watt (W). Porém, para enfatizar que a potência reativa não realiza trabalho útil, ela é medida em Volt-Ampère reativo (VAr).

Em sistemas de transmissão de energia elétrica, as potências ativas e reativas têm dimensões de MW e MVar. Já em sistemas de distribuição, as dimensões são de kW e kVar.

Exemplo 6.1

Considere $v(t) = \sqrt{2}\text{sen}\omega t$ e $i(t) = \sqrt{2}\text{sen}(\omega t - \theta)$, respectivamente, a tensão (Volts) e a corrente (Ampères) fornecidas por um gerador CA (Corrente Alternada) em regime permanente. A figura a seguir apresenta a curva de potência instantânea fornecida por este gerador durante o intervalo de tempo $2\pi/\omega$.

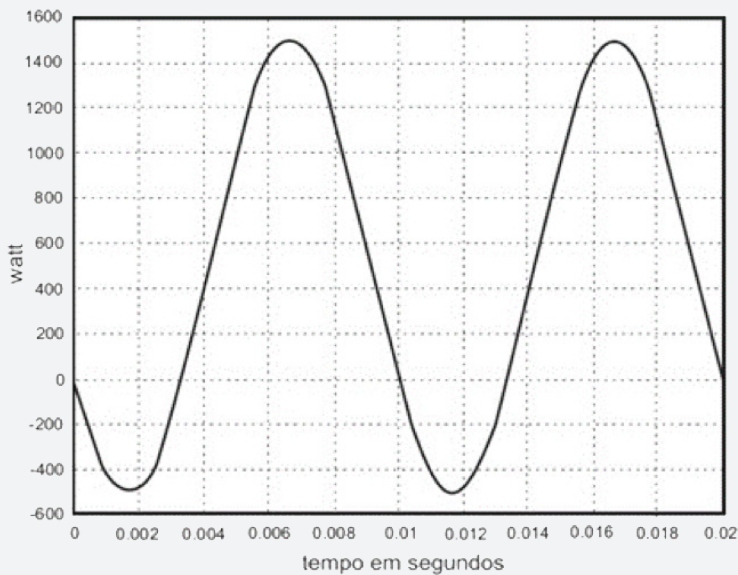


Figura 6.4 – Curva de potência instantânea

Analisando a figura, qual o valor aproximado da potência reativa (em Var)?

(A) 1000

- (B) 870
- (C) 500
- (D) 290
- (E) Impossível determinar com os dados fornecidos

SOLUÇÃO:

Observe que a componente de potência reativa é defasada da potência total, conforme figura 6.3.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,02} = 314,1592654 \text{ rad/s}$$

$$Q = VI \sin \omega t$$

$$VI \sin(314,1592654 \times 0,002) = 500 \rightarrow VI \sin(0,62831853 \text{ rad}) = 500$$

$$VI \sin(36^\circ) = 500 \rightarrow VI = 850,65$$

$$\text{Logo: } Q_{\max} = VI \sin 90^\circ = 850,65 \text{ VAR}$$

Portanto, a resposta correta é a letra B.

6.3 – Potência complexa

Quando precisamos dimensionar um equipamento como um gerador ou um transformador, é necessário responder à pergunta: O equipamento será dimensionado em termos de potência ativa, reativa ou a soma das duas? Somar as potências ativa e reativa é um procedimento intuitivo, porém incorreto.

Para respondermos à pergunta formulada, devemos lembrar que quando os circuitos elétricos são analisados no domínio da frequência, usamos os fasores de tensão e corrente, obtidos das equações (6.2) e (6.3).

$$V = V_{ef} e^{j(-90^\circ)} \quad (6.15)$$

E:

$$I = I_{ef} e^{j(-\theta - 90^\circ)} \quad (6.16)$$

O conjugado da corrente é dado por:

$$I^* = I_{ef} e^{j[\theta+90^\circ]} \quad (6.17)$$

O produto VI^* tem uma propriedade importante quando se usa a identidade de Euler:

$$VI^* = V_{ef} I_{ef} e^{j(-90^\circ+\theta+90^\circ)} = V_{ef} I_{ef} e^{j\theta} = V_{ef} I_{ef} (\cos\theta + j\sin\theta) \quad (6.18)$$

Assim:

$$S = VI^* = V_{ef} I_{ef} \cos\theta + j V_{ef} I_{ef} \sin\theta = P + jQ \quad (6.19)$$

O número complexo S é definido pela equação (6.19), sendo chamado de potência complexa. O módulo $|S|$ da potência complexa é chamado de potência aparente, que pode ser calculado por:

$$|S| = V_{ef} I_{ef} = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (6.20)$$

A unidade de S é Watt, mas como a potência complexa engloba as potências ativas e reativas, a sua unidade é designada como Volt-Ampère (VA). Em sistemas de transmissão, as potências complexas têm unidade MVA, enquanto em sistemas de distribuição elas são medidas em kVA.

A potência complexa é usada para especificar equipamentos, como por exemplo geradores e transformadores. Os motores de CA são especificados por sua tensão de alimentação e por sua potência mecânica no eixo (em Watt, cavalo vapor (cv) ou horse-power (HP)).

As relações entre as potências são dadas por:

$$1 \text{ cv} \rightarrow 736 \text{ W e } 1 \text{ HP} \rightarrow 746 \text{ W}.$$

Se considerarmos o caso do sistema da figura 6.1 em carga leve (hora de menor consumo), este poderá ficar com uma corrente adiantada da tensão, devido ao elevado efeito capacitivo das linhas de transmissão, necessitando de compensação com reatores.

Os fasores de tensão e corrente seriam os seguintes:

$$V = V_{ef}e^{j(-90^\circ)} \quad (6.21)$$

$$I = I_{ef}e^{j(\theta-90^\circ)} \quad (6.22)$$

A potência complexa é calculada por:

$$\begin{aligned} S &= VI^* = V_{ef}I_{ef}e^{j(-90^\circ-\theta+90^\circ)} = V_{ef}I_{ef}e^{j(-\theta)} \\ &= V_{ef}I_{ef}(\cos(-\theta) + j\sin(-\theta)) \end{aligned} \quad (6.23)$$

$$S = VI^* = V_{ef}I_{ef}(\cos \theta - j\sin \theta) = P - jQ \quad (6.24)$$

A seguir são desenvolvidas equações alternativas para o cálculo da potência complexa.

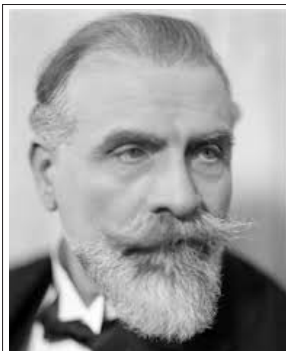
Como: $V = ZI$,

$$S = VI^* = ZII^* = ZI^2 \quad (6.25)$$

E: $I = YV$,

$$S = V(YV)^* = Y^*V^2 \quad (6.26)$$

O princípio da conservação da potência complexa (teorema de Boucherot, figura 6.5) indica que a potência complexa fornecida por uma ou mais fontes é igual à soma das potências complexas absorvidas pelas cargas. Para mostrar este princípio, vamos considerar a potência associada ao circuito em paralelo da figura 6.6.



Paul Boucherot – 1869 – 1943.
Foi um engenheiro francês. Ele contribuiu para a análise de circuitos elétricos, incluindo as relações entre potência ativa e aparente.

Figura 6.5 – Paul Boucherot

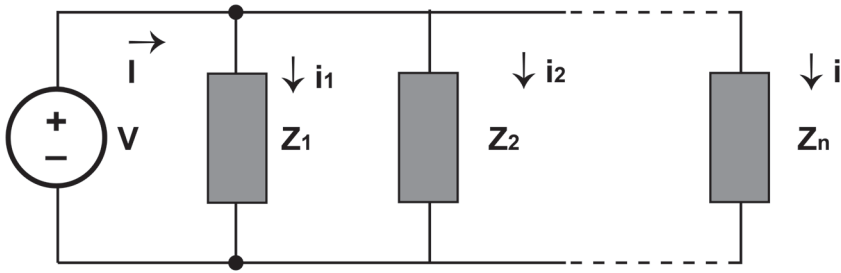


Figura 6.6 – Impedâncias em paralelo

Podemos escrever:

$$S = VI^* = V(I_1 + I_2 + \dots + I_n)^* = VI_1^* + VI_2^* + \dots + VI_n^* = S_1 + S_2 + \dots + S_n \quad (6.27)$$

Note que a soma das potências aparentes não satisfaz o teorema de Boucherot.

Considerando as equações (6.19) e (6.24), estabelecemos os triângulos de potência para as impedâncias de natureza indutiva e capacitiva, conforme a figura 6.7.

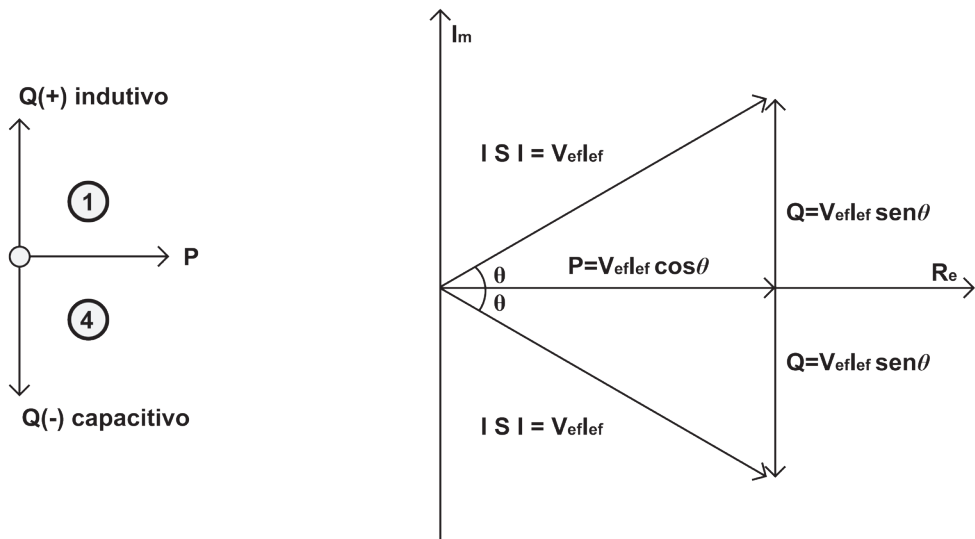


Figura 6.7 – Triângulo de potências

As potências reativas indutivas são positivas, enquanto as potências reativas capacitivas são negativas. Logo, no domínio da frequência concluímos, pelas equações (6.19) e (6.24), que os indutores absorvem potência reativa, enquanto os capacitores geram potência reativa.

Exemplo 6.2

Dado um circuito com tensão aplicada de $v(t) = 400\text{sen}(wt + 30^\circ) \text{ V}$ e corrente total igual a $i(t) = 20\text{sen}(wt - 60^\circ) \text{ A}$, determine os elementos do triângulo de potências.

Solução:

Os fasores de tensão e corrente são:

$$V = \frac{400}{\sqrt{2}} \angle -60^\circ \text{ V}$$

$$I = \frac{20}{\sqrt{2}} \angle -150^\circ \text{ A}$$

A potência complexa vale:

$$S = VI^* = \frac{400}{\sqrt{2}} \frac{20}{\sqrt{2}} \angle -60^\circ + 150^\circ = 4000j \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P = 0 \text{ W} \\ Q = 4000 \text{ VAr} \end{array} \right\}$$

Exemplo 6.3

No circuito da figura 6.8, calcule as potências ativa, reativa e aparente fornecidas pelos geradores.

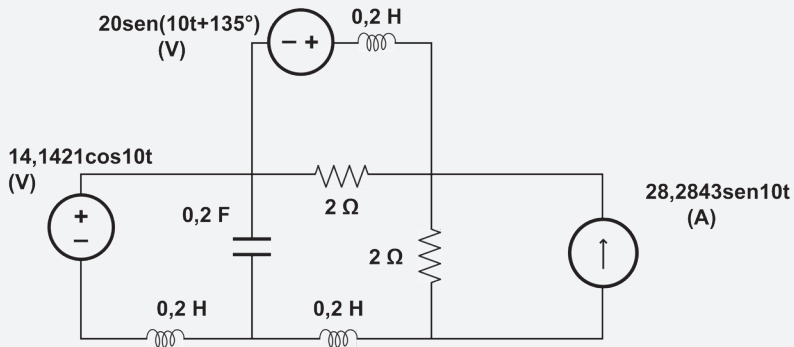


Figura 6.8 – Circuito do exemplo 6.3

Transformando o circuito para o domínio da frequência, temos:

$$Z_L = j10 \times 0,2 = j2 \, \Omega$$

$$Z_C = -j \frac{1}{10 \times 0,2} = -j0,5 \, \Omega$$

$$V_1 = \frac{20}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ \, \text{V}$$

$$V_2 = \frac{14,1421}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ = 10 \angle 0^\circ \, \text{V}$$

$$I = \frac{28,2843}{\sqrt{2}} \angle -90^\circ = 20 \angle -90^\circ \, \text{A}$$

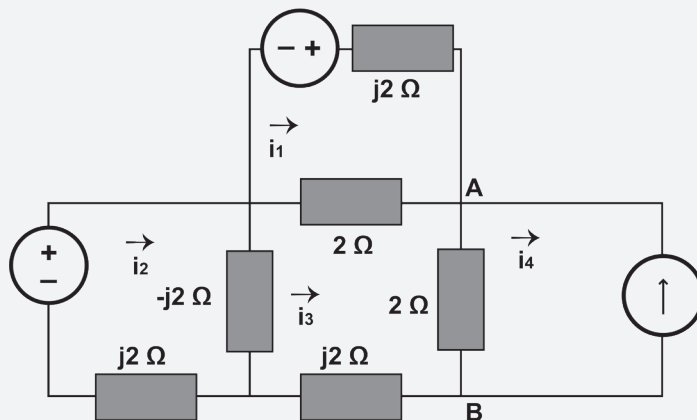


Figura 6.9 – Circuito do exemplo 6.3, no domínio da frequência

Escrevendo as equações de malha, temos:

$$\frac{20}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ = (2 + j2)I_1 - 2I_3$$

$$10 \angle 0^\circ = (j2 - j2)I_2 - (-j2)I_3 = j2I_3 \rightarrow I_3 = -j5 \text{ A}$$

$$0 = j2I_2 - 2I_1 + 2I_3 - 2I_4$$

$$I_4 = -(-j20) = j20 \text{ A}$$

Substituindo I_3 na primeira equação, encontramos:

$$I_1 = 2,5 - j2,5 = 2,5\sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ A}$$

E substituindo os valores de I_1, I_3, I_4 , na segunda equação, temos:

$$I_2 = 22,5 - j2,5 \text{ A}$$

Cálculo das potências:

$$S_1 = V_1 I_1^* = \left(\frac{20}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ \right) (2,5\sqrt{2} \angle 45^\circ) = 50j \rightarrow \begin{cases} P = 0 \text{ W} \\ Q = 50 \text{ VAr} \end{cases}$$

$$S_2 = V_2 I_2^* = (10 \angle 0^\circ)(22,5 + j2,5) = 225 + 25j \rightarrow \begin{cases} P = 225 \text{ W} \\ Q = 25 \text{ VAr} \end{cases}$$

$$S = V_{AB} I^* = 2(I_3 - I_4)20j = 2(-j5 - j20)20j = -j50(j20) =$$

$$1000 \rightarrow \begin{cases} P = 1000 \text{ W} \\ Q = 0 \text{ VAr} \end{cases}$$

6.4 – Fator de potência

O fator de potência é definido por:

$$\text{Fator de potência} = \cos \theta = \frac{P}{|S|}; \quad 0 \leq \cos \theta \leq 1 \quad (6.28)$$

O fator de potência, além de expressar a razão entre a potência ativa e a potência aparente, representa o cosseno do ângulo entre a tensão e a corrente de um circuito. Portanto, é o mesmo ângulo da impedância complexa.

Em um circuito indutivo, a corrente se atrasa da tensão, motivo pelo qual dizemos que o fator de potência está atrasado. Ao contrário, em um circuito capacitivo, a corrente se adianta da tensão e por isso dizemos que o fator de potência está adiantado, como mostra a figura 6.10.



Figura 6.10 – Escala de fatores de potência atrasado e adiantado

Quando estamos com uma carga que tem um fator de potência unitário, e mais potência reativa capacitiva é injetada nesta carga, o fator de potência passa para adiantado. Quando estamos com uma carga que tem um fator de potência unitário, e essa carga absorve mais potência reativa indutiva, o fator de potência passa para atrasado.

Cada carga, individualmente, como um motor ou uma lâmpada, tem o seu fator de potência e, conseqüentemente, o seu triângulo de potências. Os triângulos de potências das diversas cargas podem ser combinados, com o objetivo de obter o triângulo total equivalente das cargas. Este, por sua vez, pode ser usado para a correção do fator de potência, como veremos a seguir.

6.5 – Correção do fator de potência

Historicamente, as companhias de energia elétrica introduziram os conceitos de fator de potência e potências ativa reativa e aparente. Isso porque o transporte de grandes quantidades de energia deve ser feito com a menor quantidade de perdas, de modo que o custo da energia elétrica para o cliente seja reduzido.

Um consumidor que liga uma carga, a qual faz a rede da companhia de energia ter um rendimento baixo, acaba pagando um preço maior por kWh

de energia ativa que realmente utiliza. Da mesma forma, um consumidor que requer da companhia de eletricidade uma instalação mais onerosa para o transporte e a distribuição da energia, pagará mais por cada kWh consumido.

A correção do fator de potência evita uma multa por reativos excedentes, diminuindo a conta de energia. A correção do fator de potência para cargas lineares é feita por meio da colocação de banco de capacitores fixo-variáveis em paralelo com a carga (a) e via colocação de motores síncronos funcionando superexcitados (b).

Na prática, existem capacitores normalizados em determinadas potências reativas, como mostrado na tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Potência de capacitores monofásicos (baseado em catálogo da Siemens)

Potência reativa kVAr	Tensão				
	220 V	230 V	380 V	440 V	480 V
0.8	<i>Sim</i>	<i>X</i>	Sim	Sim	Sim
1.0	<i>X</i>	<i>Sim</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>
1.7	<i>Sim</i>	<i>X</i>	Sim	Sim	Sim
2.0	<i>Sim</i>	<i>Sim</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>
2.5	Sim	<i>X</i>	Sim	Sim	Sim
2.7	Sim	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>
3.0	<i>X</i>	Sim	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>
3.3	Sim	<i>X</i>	Sim	Sim	Sim
4.0	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	Sim	<i>X</i>
5.0	<i>X</i>	<i>X</i>	Sim	Sim	<i>X</i>
6.0	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	Sim	<i>X</i>

Ou seja, os valores dos capacitores comerciais são discretos. Logo, os valores calculados de modo contínuo devem ser adaptados para os valores discretos mais próximos. Também é preciso observar a tensão em que os capacitores operarão, pois uma tensão maior do que a nominal pode causar sua perfuração.

Para que o leitor compreenda melhor o rendimento do suprimento de energia, vamos dar um exemplo de acordo com a figura 6.11, a qual mostra um motor de 12,5 cv, com rendimento de 0,83, ligado através de uma linha com resistência de $R = 0,2 \, \Omega$, com tensão aplicada de 220 V. Dois casos serão analisados: Primeiro o motor trabalha com fator de potência de 0,60 indutivo, em seguida é colocado um banco de capacitores para fazer a correção do fator de potência do motor para 0,92 indutivo.

Obs.: Não existem motores monofásicos com potências superiores a 3 cv no mercado. Estes exercícios são fictícios, tendo o objetivo didático de mostrar a correção do fator de potência.

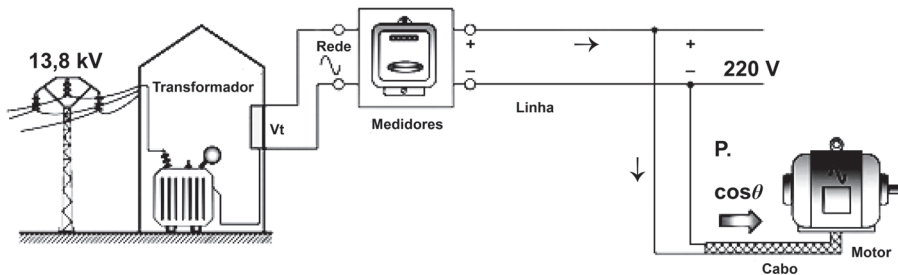


Figura 6.11 – Pequena fábrica sem correção de fator de potência

Caso 1: Sem banco de capacitores

Lembrando que $1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$, a corrente que o motor absorve da rede, de acordo com a equação (6.13), é calculada da seguinte forma:

$$P = \frac{736 \times 12,5}{0,83} = 11084,3374 \text{ W}$$

$$I_{ef} = \frac{P}{V_{ef} \cos \theta} = \frac{11084,3374}{220 \times 0,60} = \frac{11084,3374}{132} = 83,9723 \text{ (A)}$$

$$I = 83,9723 \angle -\arccos 0,6 = 83,9723 \angle -53,1301^\circ \text{ (A)}$$

O ângulo da corrente é o ângulo da tensão (0°), que é feito fasor de referência, menos o ângulo da impedância

A potência reativa do motor, de acordo com a equação (6.14), é igual a:

$$Q = V_{ef} I_{ef} \sin \theta = 220 \times 83,9723 \times \sin(\arccos 0,6) = 14779,1248 \text{ Var}$$

A potência perdida na linha interna de distribuição da fábrica é:

$$P_p = RI_{ef}^2 = 0,2(83,9723)^2 = 1410,2694 \text{ W}$$

O transformador deve entregar uma potência correspondente às perdas, mais a potência do motor:

$$P_{perdas} = P + P_p = 11084,3374 + 1410,2694 = 12494,6068 \text{ W}$$

A tensão V_t na saída do transformador leva em conta a queda de tensão no resistor da linha de distribuição.

$$\begin{aligned} V_t &= 220 \angle 0^\circ + 0,2(83,9723) \angle -53,1301^\circ \\ &= 220 + 10,0767 - j13,4356 = 230,4687 \angle -3,3421^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

A potência aparente na saída do transformador, de acordo com a equação (6.20), é igual a:

$$|S| = V_{ef} I_{ef} = 230,4687 \times 83,9723 = 19352,9868 \text{ (VA)}$$

O rendimento da instalação é calculado por:

$$Rend = \frac{P}{P_{perdas}} \times 100 = \frac{11084,3374}{12494,6068} \times 100 = 88,71 \%$$

O transformador opera com um fator de potência de

$\cos \theta_T = \frac{P_{perdas}}{|S|} = \frac{12494,6068}{19352,9868} = 0,6456 \text{ ind.}$ As perdas de potência ativa na linha aumentam o numerador e, consequentemente, o fator de potência aumenta.

Caso 2: Com banco de capacitores

A figura 6.12 ilustra a nova situação.

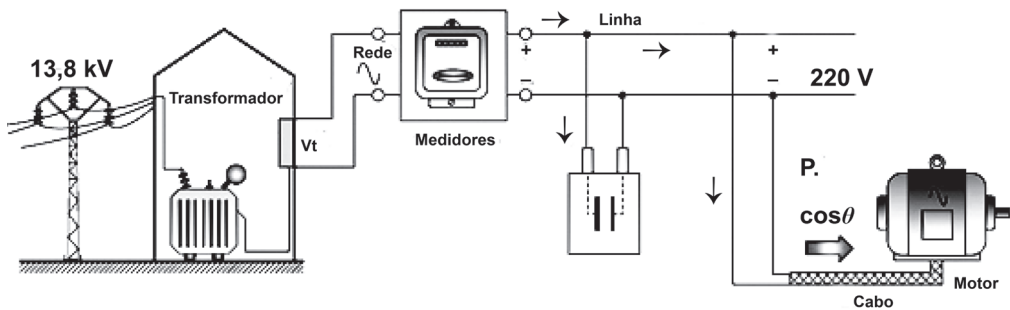


Figura 6.12 – Pequena fábrica com correção de fator de potência

A nova corrente absorvida pelo motor é igual a:

$$I_{ef} = \frac{P}{V_{ef} \cos \theta} = \frac{11084,3374}{220 \times 0,92} = \frac{11084,3374}{202,4} = 54,7645 \text{ (A)}$$

$$I = 54,7645 \angle -\arccos 0,92 = 54,7645 \angle -23,0739^\circ \text{ (A)}$$

A nova potência reativa do motor é de:

$$Q = V_{ef} I_{ef} \sin \theta = 220 \times 54,7645 \sin(\arccos 0,92) = 4721,9034 \text{ VAR}$$

A potência perdida na linha interna de distribuição da fábrica é igual a:

$$P_p = R I_{ef}^2 = 0,2 (54,7645)^2 = 599,8301 \text{ W}$$

O transformador deve entregar uma potência correspondente às perdas, mais a potência do motor:

$$P_{perdas} = P + P_p = 11084,3374 + 599,8301 = 11684,1675 \text{ W}$$

A tensão na saída do transformador leva em conta a queda de tensão no resistor da linha de distribuição.

$$\begin{aligned} V_t &= 220 \angle 0^\circ + 0,2 (54,7645) \angle -23,0739^\circ \\ &= 220 + 10,0767 - j4,2926 = 230,1167 \angle -1,0689^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

A nova potência aparente na saída do transformador, de acordo com a equação (6.20), é de:

$$|S| = V_{ef} I_{ef} = 230,1167 \times 54,7645 = 12602,2260 \text{ (VA)}$$

O novo rendimento da instalação é calculado por:

$$Rend = \frac{P}{P_{perdas}} \times 100 = \frac{11084,3374}{11684,1675} \times 100 = 94,87 \%$$

O transformador opera com um fator de potência de

$$\cos \theta_T = \frac{P_{perdas}}{|S|} = \frac{11684,1675}{12602,2260} = 0,9272 \text{ ind}$$

A tabela 6.2 compara as grandezas calculadas nos dois casos.

Tabela 6.2 – Comparação de resultados

	Fator de potência 0.60 ind.	Fator de potência 0.92 ind.
Módulo da corrente na linha	83.9723 (A)	54.7645
Potência reativa do motor	14779.1248 VAr	4721.9034 VAr
Potência perdida na linha	1410.2694 W	599.8301 W
Potência ativa na saída do transformador	12494.6068 W	11684.1675 W
Módulo da tensão na saída do transformador	230.4687 V	230.1167 V
Potência aparente na saída do transformador	19352.9868 (VA)	12602.2260 (VA)
Rendimento	88.71%	94.87 %

A partir da tabela 6.2, concluímos que:

1. A corrente na linha diminuiu.
2. A potência reativa diminuiu.

3. A perda na linha diminuiu.
4. A potência ativa na saída do transformador diminuiu.
5. A queda de tensão na linha diminuiu.
6. A potência aparente na saída do transformador diminuiu.
7. O rendimento aumentou.

Portanto, corrigir o fator de potência tem as seguintes vantagens:

- a. Redução na conta de energia - O consumidor industrial deixa de pagar multa pelo excedente reativo.
- b. Redução das quedas de tensão – Como a corrente na linha de alimentação diminui, a queda de tensão também diminui.
- c. Diminuição das perdas – A corrente diminui devido à redução da circulação de reativos, pois a potência ativa continua a mesma e, portanto, o consumo também.
- d. Liberação da capacidade dos equipamentos, como geradores e transformadores – Como a instalação diminui a absorção de reativos, os equipamentos instalados, como geradores e transformadores, têm sua capacidade em MVA liberados. Isso pode significar, em algum caso, que não será preciso trocar um transformador por outro de potência maior, no caso da instalação de um novo equipamento na indústria.

Exemplo 6.4

Considere a fábrica da figura 6.6. Determine o banco de capacitores para corrigir o fator de potência de 0,80 indutivo para 0,92 indutivo.

Do exemplo anterior, a diferença das potências reativas antes e depois da correção do fator de potência é igual ao valor de reativos do banco de capacitores.

$$Q_B = 14779,1248 - 4721,9034 = 10,0572 \text{ kVar}$$

Portanto, usando um valor prático, não temos um valor próximo, de acordo com a tabela 6.1. No entanto, usando a tabela de outro fabricante encontramos o banco de capacitores com potência reativa de 10,0 kVar.

Exemplo 6.5

Uma fonte de 60 Hz e tensão eficaz de 240 V fornece 5000 VA a uma carga com fator de potência 0,85 atrasado. Determine a potência do banco de capacitores em paralelo, a qual é necessária para levar o fator de potência para: a) 0,92 indutivo; b) 0,92 capacitivo. Por que os capacitores para correção do fator de potência não são colocados em série?

SOLUÇÃO:

O circuito da figura ilustra a situação:

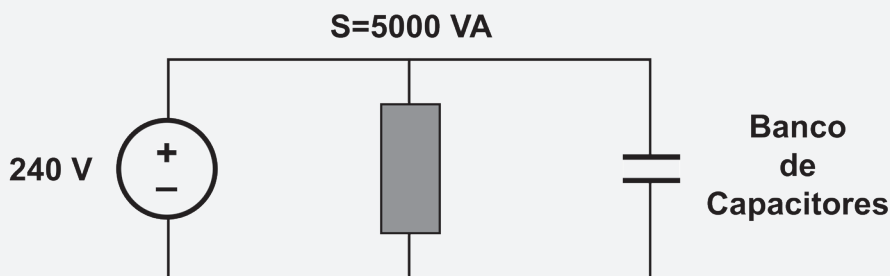


Figura 6.13 – Circuito do exemplo 6.5

O triângulo de potências da carga é mostrado na figura 6.14.

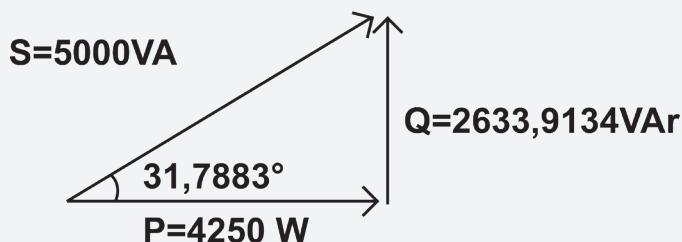


Figura 6.14 – Triângulo de potências do exemplo 6.5

$$\theta = \arccos 0,85 = 31,7883^{\circ}$$

$$P = S \cos \theta = 5000 \times 0,85 = 4250 \text{ W}$$

$$Q = S \sin \theta = 5000 \sin 31,7883^{\circ} = 2633,9134 \text{ VAr}$$

O novo fator de potência vale:

$$\theta_1 = \arccos 0,92 = 23,0739^{\circ}$$

A nova potência reativa, que será fornecida pela fonte, é de:

$$Q_1 = P \tan \theta_1 = 4250 \tan 23,0739^{\circ} = 1810,4908 \text{ VAr}$$

A potência do banco de capacitores é igual a:

$$Q_B = 2633,9134 - 1810,4908 = 823,4226 \text{ VAr}$$

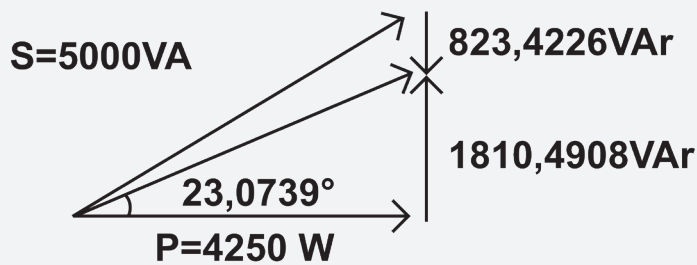


Figura 6.15 – Triângulo de potências com novo fator de potência

A potência mais próxima do banco comercial, de acordo com a tabela 6.1, é de 0,8 kVAr.

Para o caso do fator de potência 0,92 capacitivo, o banco de capacitores deve fornecer reativos para o fator de potência 0,85 indutivo chegar até 1 e, depois, alcançar 0,92 capacitivo. Portanto:

$$Q_B = 2633,9134 + 1810,4908 = 4444,4042 \text{ VAr}$$

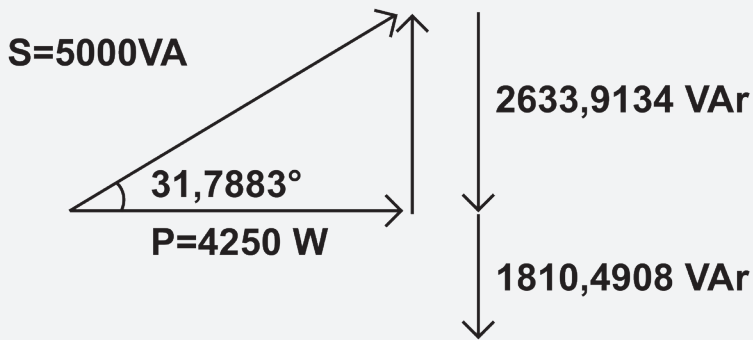


Figura 6.16 – Triângulo de potências para corrigir o fator de potência para capacitivo

A potência mais próxima do banco comercial é 5 kVAr.

Quando os capacitores são colocados em paralelo, eles recebem tensão nominal em seus terminais, fornecendo potência reativa nominal. Se os capacitores forem colocados em série com a carga, a tensão de 240 V será dividida entre os dois. E como a potência reativa é proporcional ao quadrado da tensão ($Q = V^2/X$), o banco não fornecerá a quantidade de reativos calculada.

Exemplo 6.6

Uma indústria que produz vasilhames de gás opera com 40 kVA e fator de potência total de 0,85 indutivo ou atrasado. Um grupo de resistências com fator de potência igual a 1 é instalado, para aquecer a tinta líquida a ser usada para pintar os botijões. O fator de potência passa para 0,90 atrasado. Quantos kW resistivos foram instalados?

SOLUÇÃO:

Construindo os triângulos de potência, temos:

$$\theta = \arccos 0,85 = 31,7883^\circ$$

$$P = 40 \times 0,85 = 34 \text{ kW}$$

$$Q = 40 \sin 31,7883^\circ = 21,0713 \text{ kVAr}$$

Quando as resistências são colocadas, há um aumento do fator de potência (com a diminuição do ângulo), sem que haja correção. Isso porque a potência reativa compensa apenas a potência reativa e, nesse caso, não houve essa compensação.

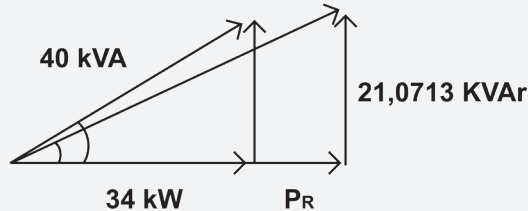


Figura 6.17 – Triângulo de potências do exemplo 6.6

O novo ângulo é igual a:

$$\theta_1 = \arccos 0,9 = 25,8419^\circ$$

A potência dos resistores P_R é calculada por:

$$\operatorname{tg}(25,8419^\circ) = \left(\frac{21,0713}{34 + P_R} \right)$$

Logo: $P_R = 9,51 \text{ kW}$

Exemplo 6.7

Em uma indústria, você é responsável pela instalação de dois motores monofásicos de 127 V e 60 Hz, cujos dados constam da tabela abaixo.

Motor	Potência	Rendimento	Fator de potência
1	1 HP	60 %	0,70 indutivo
2	2 HP	70 %	0,95 capacitivo

Você dispõe das seguintes informações:

- O motor 2 é de um tipo especial, por ter um capacitor ligado em série com o enrolamento.
- A impedância entre a fonte de alimentação e os pontos A e B é de 0,2 ohm.
- A impedância entre cada motor e os pontos A e B é desprezível.

- A instalação deve ser feita de acordo com a figura 6.18.

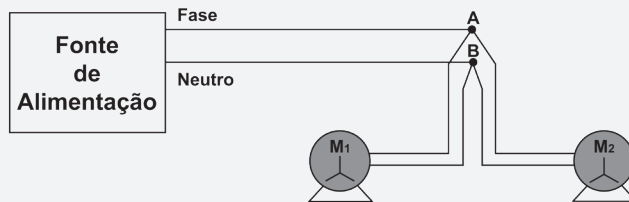


Figura 6.18 – Circuito do exemplo 6.7

Calcule:

- A potência total consumida pelo conjunto de motores.
- O fator de potência do conjunto de motores.
- A corrente total fornecida pela fonte de alimentação, quando os dois motores estiverem simultaneamente ligados em regime permanente.
- A queda de tensão, em Volts, entre a fonte de alimentação e os pontos A e B.

Dados/informações técnicas

1 HP = 746 W.

SOLUÇÃO:

- Tensão de 127 V nos terminais do motor:

Motor 1

Potência de saída: $P_{S1} = 1 \times 746 = 746 \text{ W}$

Potência de entrada: $P_{E1} = \frac{746}{0,6} = 1243,33 \text{ W}$

Módulo da corrente: $I_1 = \frac{P_{E1}}{V \times f_p} = \frac{1243,33}{127 \times 0,7} = 13,98 \text{ A}$

Potência reativa: $Q_1 = P_{E1} \tan(\arccos(f_p)) = 1243,33 \times \tan(45,57^\circ)$
 $= 1268,32 \text{ VAr indutivos}$

Motor 2

Potência de saída: $P_{S2} = 2 \times 746 = 1492 \text{ W}$

Potência de entrada: $P_{E2} = \frac{1492}{0.7} = 2131,43 \text{ W}$

Módulo da corrente: $I_2 = \frac{P_{E2}}{V \times f_p} = \frac{2131,43}{127 \times 0,95} = 17,67 \text{ A}$

Potência reativa: $Q_2 = P_{E2} \tan(\arccos(fp)) = 2131,43 \times \tan(18,19^\circ)$
 $= 700,37 \text{ VAr capacitivos}$

Potência total:

$$P = P_{E1} + P_{E2} = 1243,33 + 2131,43 = 3374,76 \text{ W}$$

$$Q = Q_1 - Q_2 = 1268,32 - 700,37 = 567,95 \text{ VAr indutivos}$$

$$S = P + jQ = 3374,76 + j567,95 = 3422,22 \angle 9,55^\circ \text{ VA}$$

b. Fator de potência do conjunto:

$$fp = \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{567,95}{3374,76} \right) \right) = 0,986 \text{ indutivo}$$

c. Corrente total:

$$I = \left(\frac{S}{V} \right)^* = \frac{3422,22 \angle 9,55^\circ}{127} = 26,95 \angle -9,55^\circ$$

d. Queda de tensão:

$$\Delta V = 0,2 \times 26,95 \angle -9,55^\circ = 5,39 \angle -9,55^\circ \text{ V}$$

Abaixo seguem algumas medidas práticas, que evitam fator de potência baixo em uma instalação industrial:

- Para os transformadores: Escolha uma potência adequada ao seu funcionamento. Evite o funcionamento em carga leve e desligue o transformador, no caso de parada das linhas de produção da indústria.

- Para os motores: Substitua os motores que trabalham com pouca carga, por motores de menor potência que trabalhem em condições próximas da nominal.
- Para as lâmpadas fluorescentes, de vapor de mercúrio e de sódio: Verifique se todas elas têm o seu próprio capacitor.

Para decidir se o fator de potência de cargas individuais deve ser corrigido com capacitores fixos ou sistema de banco de capacitores centralizado, aspectos econômicos e técnicos devem ser levados em conta. Na maioria das plantas elétricas, as cargas não estão ligadas simultaneamente. Portanto, um sistema de compensação automático centralizado tem um custo menor para compensar toda a potência instalada.

Correção individual

Na correção individual, os capacitores são conectados diretamente aos terminais das cargas individuais, sendo ligados simultaneamente.

Recomenda-se uma compensação individual para os casos em que há grandes cargas de utilização constante e longos períodos de operação. Desta forma, é possível reduzir a bitola dos cabos de alimentação da carga.

Os capacitores geralmente podem ser conectados diretamente aos terminais das cargas, sendo manobrados por meio de um único contator. Contator é um dispositivo eletromecânico, que permite, a partir de um circuito de comando, efetuar o controle de cargas num circuito de potência (figura 6.19).



Figura 6.19 – Contator

Correção para grupo de cargas

Na compensação de um grupo de cargas, o sistema de compensação de reativos está relacionado com o grupo de cargas, que poderá ser composto, por exemplo, de lâmpadas fluorescentes, manobradas por meio de um con-tator ou de um disjuntor.

Correção geral das cargas

Para a compensação geral, normalmente são utilizados bancos de ca-pacitores ligados diretamente a um alimentador principal. Isso é particular-mente vantajoso quando a planta elétrica é constituída de diversas cargas com diferentes potências e períodos de operação.

Uma compensação geral possui ainda as seguintes vantagens:

- Os bancos de capacitores, por estarem centralizados, podem ser supervi-sionados mais facilmente
- Ampliações futuras tornam-se mais simples.
- A potência dos capacitores pode ser adaptada constantemente, quando houver aumento de potência da planta elétrica.
- Considerando-se o fator de simultaneidade, geralmente a potência re-ativa necessária é inferior à potência, para a compensação das cargas individualmente.

Na figura 6.20, são mostrados os três tipos de correção descritos anteriormente.

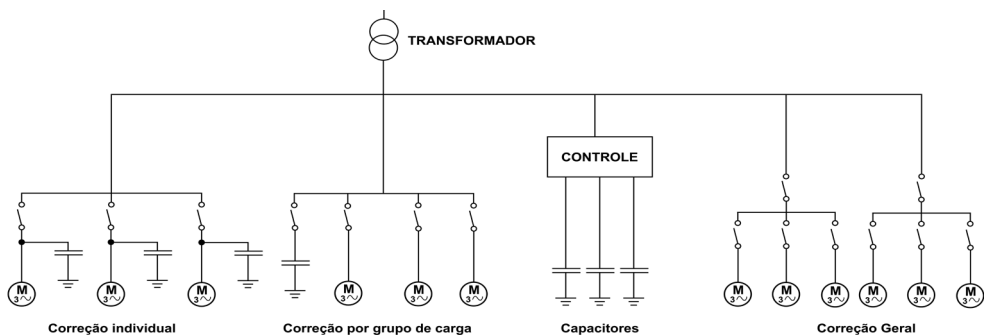


Figura 6.20 – Correção centralizada das cargas

No Brasil, a portaria nº 456, de 29 de novembro de 2000, estabelecida pela ANEEL, introduziu uma nova forma de abordagem do ajuste pelo baixo fator de potência, com os seguintes aspectos relevantes:

- Aumento do limite mínimo do fator de potência de 0,85 para 0,92.
- Faturamento de energia reativa excedente.
- Redução do período de avaliação do fator de potência de mensal para horário a partir de 1996, para consumidores com medição horo-sazonal.

Com isso, muda-se o objetivo do faturamento: Em vez de ser cobrado um ajuste por baixo fator de potência, como até então, as concessionárias passam a faturar a quantidade de energia ativa que poderia ser transportada no espaço ocupado por esse consumo de reativo.

Além disso, a legislação estabelece que das 6 h às 24 h, o fator de potência deve ser no mínimo de 0,92 para a energia e demanda de potência reativa indutiva fornecida. Isso significa que se o fator de potência, entre 12 e 14 h, for menor do que 0,92 capacitivo, não haverá cobrança por excedente de energia reativa capacitiva.

A ocorrência de excedente de reativo é verificada pela concessionária por meio do fator de potência mensal ou do fator de potência horário. O fator de potência mensal é calculado com base nos valores mensais de energia ativa (kWh) e energia reativa (kVARh). O fator de potência horário é calculado com base nos valores de energia ativa (kWh) e de energia reativa (kVARh) medidos de hora em hora.

A demanda de potência e o consumo de energia reativa excedentes, calculados por meio do fator de potência mensal, são faturados pelas expressões:

$$FDR = \left(DM \frac{0,92}{f_m} - DF \right) TDA \quad (6.29)$$

$$FER = \left[CA \left(\frac{0,92}{f_m} - 1 \right) \right] TCA \quad (6.30)$$

Onde:

FDR: faturamento da demanda de reativo excedente

DM: demanda ativa máxima registrada no mês (kW)

DF: demanda ativa faturável no mês (kW)

TDA : tarifa de demanda ativa (R\$/kW)

FER : faturamento do consumo de reativo excedente

CA : consumo ativo do mês (kWh)

TCA : tarifa de consumo ativo (R\$/kWh)

fm : fator de potência médio mensal

A demanda de potência e o consumo de energia reativa excedentes, calculados por meio do fator de potência horário, são faturados pelas expressões:

$$FDR_p = \left[\text{Max}_{t=1}^n \left(DA_t \frac{0,92}{f_t} \right) - DF_p \right] TDA_p \quad (6.31)$$

$$FER_p = \left[\sum_{t=1}^n \left[CA_t \left(\frac{0,92}{f_t} - 1 \right) \right] \right] TCA_p \quad (6.32)$$

Onde:

FDR_p : faturamento da demanda de potência reativa excedente por posto tarifário

DA_t : demanda de potência ativa medida de hora em hora

DF_p : demanda de potência ativa faturada em cada posto horário

TDA_p : tarifa de demanda de potência ativa

FER_p : faturamento do consumo de reativo excedente por posto tarifário

CA_t : consumo de energia ativa medido em cada hora

TCA_p : tarifa de energia ativa

f_t : fator de potência calculado de hora em hora

Σ : soma dos excedentes de reativo calculados a cada hora

MAX : função que indica o maior valor da expressão entre parênteses, calculada de hora em hora

t : cada intervalo de uma hora

p : posto tarifário de ponta e fora de ponta, para as tarifas horo-sazonais, e único, para a tarifa convencional

n : número de intervalos de uma hora por posto horário, no período de faturamento

Os valores negativos do faturamento da demanda de potência reativa excedente por posto tarifário e do faturamento do consumo de reativo excedente por posto tarifário não são considerados.

A Portaria nº 456, por meio do artigo 34, estabelece que o fator de potência da unidade consumidora do Grupo B (consumidores trifásicos atendidos em baixa tensão) é verificado pelo concessionário via medição transitória, desde que por um período mínimo de sete dias consecutivos.

Exemplo 6.8

Considere uma pequena fábrica com potência instalada de 1.500 kVA, em 13,8 kV. A tabela 6.3 reúne as suas medidas de carga diária, em um período de 24 h. Supõe-se que as leituras da tabela 6.3 são constantes para os 20 dias do mês que a fábrica opera (sem contar os sábados, domingos e feriados). As informações sobre tarifas e demandas contratadas são:

- Tarifa de consumo na ponta: US\$ 0,06774/kWh
- Tarifa de demanda na ponta: US\$ 10,68/kW
- Tarifa de consumo fora da ponta: US\$ 0,03179 kWh
- Tarifa de demanda fora da ponta: US\$ 3,53/kW
- Demanda contratada na ponta: 1.800 kW, com intervalo de integração de 15 min
- Demanda contratada fora da ponta: 1.200 kW, com intervalo de integração de 15 min

Determine o faturamento de energia reativa excedente e mensal desta indústria.

Tabela 6.3 – Medidas da carga diária de uma pequena fábrica

Período (h)	Demanda KW	Consumo kWh	Consumo kWh	Energia indutiva kVARh	Energia capacitiva kVARh	Fator de potência (%)
0 – 1	50	50	50	–	140	29
1 – 2	43	43	43	–	140	26

2 – 3	43	43	43	–	140	25
3 – 4	43	43	43			
	46	46	46	–	10	95
4 – 5	43	43	43	–	14	94
5 – 6	50	50	50	–	14	95
6 – 7	330	330	330	–	360	62
7 – 8	560	560	560	290	–	87
8 – 9	800	800	800	305	–	93
9 – 10	800	800	800	270	–	94
10 – 11	830	830	830	280	–	87
11 – 12	830	830	830	470	–	95
12 – 13	930	930	930	500	–	95
13 – 14	1000	1000	1000	310	–	94
14 – 15	1060	1060	1060	330	–	94
15 – 16	1080	1080	1080	360	–	94
16 – 17	1130	1130	1130	380	–	94
17 – 18	1750	1750	1750	583	–	94
18 – 19	1550	1550	1550	700	–	91
19 – 20	1000	1000	1000	350	–	93
20 – 21	60	60	60	25	–	91
21 – 22	60	60	60	23	–	91
22 – 23	50	50	50	20	–	92
23 – 24	50	50	50	20	–	92
23 – 24						

SOLUÇÃO:

Etapas de cálculo:

1. Leia os dados;
2. Usando a equação (6.31), calcule o faturamento da demanda de potência reativa excedente na ponta (horário de 17 - 20 h) e fora da ponta (nos demais intervalos horários). Se o valor de cada parcela for negativo, esta parcela é feita igual a zero.
3. Usando a equação (6.32), calcule o faturamento do consumo de reativo excedente na ponta e fora da ponta nos demais intervalos horários. Se o valor de cada parcela for negativo, esta parcela é feita igual a zero.

4. Calcule o faturamento da demanda e energia reativa excedentes somando as parcelas calculadas no item 2) e somando as parcelas calculadas no item 3), multiplicadas pelo número de dias de operação da indústria (sem contar sábados, domingos e feriados).

Considerando o horário de ponta como sendo de 17 – 20 h e horário fora da ponta, o intervalo de tempo restante, vem:

Cálculo do faturamento da demanda de potência reativa excedente por posto tarifário na ponta:

$DF_p = 1200$; Demanda contratada na ponta kW

$TDA_p = 10.68$; Tarifa de demanda contratada na ponta US\$/kW

Intervalo de 17 – 18 (h)

$$\left(DA_t \frac{0.92}{f_t} \right) = 1750 \frac{0.92}{0.94} = 1712.7659$$

Intervalo de 18 – 19 (h)

$$\left(DA_t \frac{0.92}{f_t} \right) = 1550 \frac{0.92}{0.91} = 1567.0$$

Intervalo de 19 – 20 (h)

$$\left(DA_t \frac{0.92}{f_t} \right) = 1000 \frac{0.92}{0.93} = 989.2$$

Portanto o valor máximo na ponta é igual a:

$$Max_{t=1}^n \left(DA_t \frac{0.92}{f_t} \right) = 1712.7659$$

O faturamento da demanda de potência reativa excedente, na ponta, é igual a:

$$\begin{aligned} FDR_p &= \left[Max_{t=1}^n \left(DA_t \frac{0.92}{f_t} \right) - DF_p \right] TDA_p \\ &= (1712.7659 - 1200) \times 10.68 = 5476.3 \end{aligned}$$

Fazendo o mesmo procedimento para os horários fora da ponta:

$DF_p = 800$; Demanda contratada na ponta kW

$TDA_p = 3.53$; Tarifa de demanda contratada na ponta US\$/kW

No intervalo de 16 – 17 (h),

$$DA_t \frac{0.92}{f_t} = 1130 \frac{0.92}{0.94} = 1105.9574$$

Este valor, corresponde ao máximo valor para o horário fora de ponta, portanto:

$$Max_{t=1}^n \left(DA_t \frac{0.92}{f_t} \right) = 1105.9574$$

O faturamento da demanda de potência reativa excedente, fora da ponta, é igual a:

$$\begin{aligned} FDR_p &= \left[Max_{t=1}^n \left(DA_t \frac{0.92}{f_t} \right) - DF_p \right] TDA_p \\ &= (1105.9574 - 800) \times 3.53 = 1080.0 \end{aligned}$$

Cálculo do Faturamento do consumo de reativo excedente por posto tarifário na ponta.

$TCA_p = 0.06774$; Tarifa de consumo na ponta

Intervalo de 17 – 18 (h)

$$\begin{aligned} CA_t \left(\frac{0.92}{f_t} - 1 \right) &= 1750 \left(\frac{0.92}{0.94} - 1 \right) \\ &= -37.2340 \rightarrow \text{acrécimo zero (0)} \end{aligned}$$

Intervalo de 18 – 19 (h)

$$CA_t \left(\frac{0.92}{f_t} - 1 \right) = 1550 \left(\frac{0.92}{0.91} - 1 \right) = 17.0329$$

Intervalo de 19 – 20 (h)

$$CA_t \left(\frac{0.92}{f_t} - 1 \right) = 1000 \left(\frac{0.92}{0.93} - 1 \right) \\ = -10.7527 \rightarrow \text{acrécimo zero (0)}$$

Cálculo do faturamento do consumo de reativo excedente por posto tarifário na ponta:

$$FER_p = \left[\sum_{t=1}^n \left[CA_t \left(\frac{0.92}{f_t} - 1 \right) \right] \right] TCA_p \\ = (0 + 17.0329 + 0) \times 0.06774 = 1.1538$$

Fazendo o mesmo procedimento para os horários fora da ponta:

$TCA_p = 0.03179$; Tarifa de consumo na ponta

$$FER_p = 18.2441$$

Cálculo do faturamento total:

$$F_{total} \\ = FDR_p (\text{ponta}) + FDR_p (\text{fora da ponta}) \\ + N_{dias} [FER_p (\text{ponta}) + FER_p (\text{fora da ponta})] \\ = 5476.3 + 1080.0 + 20(1.1538 + 18.2441) = 6944.3 \text{ U\$}$$

Note que a equação de FDR_p calcula o valor máximo e todos os 20 dias do mês foram considerados iguais.

Programa em MATLAB para o cálculo do faturamento de excedentes reativos.

```
% Programa cálculo de excedentes de reativos
```

```
%
```

```
clear all
```

```
clc
```

```
%LEITURA DE DADOS
```

```
nbus = 1;
```

```
dadosdata = dadosdat(nbus);
```

```

h1 = dadosdata(:,1);           %Início da hora
h2 = dadosdata(:,2);           % Final da hora
DA_t = dadosdata(:,3);          %Demanda de potência ativa
medida de hora em hora (kW)
CA_t = dadosdata(:,4);          %Consumo de energia ativa
medido em cada hora (kW)
EI = dadosdata(:,5);            % Energia indutiva consu-
mida (kVARh)
EC = dadosdata(:,6);            % Energia capacitiva con-
sumida (kVARh)
fp = dadosdata(:,7)/100;        % Fator de potência
medido de hora em hora
%
%                               %AVALIAÇÃO HORÁRIA DO FATOR
DE POTÊNCIA
%
for i=1:24
    if h2(i)== 18 | h2(i)== 19 | h2(i)==20;           %ho-
rário de ponta
        auxFDRpp(h2(i))=DA_t(i)*0.92/fp(i);
    else h2(i)~=18 | h2(i)~= 19 | h2(i)~=20;           %ho-
rário fora de ponta
        auxFDRpfp(h2(i))= DA_t(i)*0.92/fp(i);
    end
end
Vmaxpfp=max(auxFDRpfp);
DFpfp=800;                                           %Demanda con-
tratada fora da ponta kW
TDAppfp=3.53;                                         %Tarifa de de-
manda fora da ponta US$/kW
Vmaxp=max(auxFDRpp);
DFpp=1200;                                           % Demanda con-
tratada na ponta kW
TDApp=10.68;                                         % Tarifa de de-
manda contrada na ponta US$/kW

FDRpp=(Vmaxp-DFpp)*TDApp;                           %Faturamento da demanda de
potência reativa excedente por posto tarifário na ponta
FDRpfp=(Vmaxpfp-DFpfp)*TDAppfp;                     %Faturamento da demanda de
potência reativa excedente por posto tarifário fora da ponta.
if FDRpfp<0

```

```

    FDRpfp=0;
end
if FDRpp<0
    FDRpp=0;
end
auxCAtp=0;
auxCATfp=0;
TCAp=0.06774;                                %Tarifa de consumo na
ponta
TCApfp=0.03179;                               %Tarifa de consumo fora
da ponta
for i=1:24
    if h2(i)== 18 | h2(i)== 19 | h2(i)==20;
        Catp(i)=CAtp(i)*((0.92/fp(i))-1)*TCAp;
        if Catp(i) < 0
            Catp(i)=0;
        end
        auxCAtp=auxCAtp+Catp(i);
    else h2(i)~=18 | h2(i)~= 19 | h2(i)~=20;
        Catpfp(i)=CAtp(i)*((0.92/fp(i))-1)*TCApfp;
        if Catpfp(i) < 0
            Catpfp(i)=0;
        end
        auxCATfp=auxCATfp+Catpfp(i);
    end
end
FERp=auxCAtp;                                %Faturamento do consumo de re-
ativo excedente por posto tarifário na ponta
FERfp=auxCATfp;                              %Faturamento do consumo de rea-
tivo excedente por posto tarifário fora da ponta
                                % IMPRESSÃO DE RESULTADOS
Ndias=20;                                    % Número de dias no mês
FaturamentoDP=FDRpp                        %('Faturamento da demanda de potência
reativa excedente por posto tarifário na ponta')
FaturamentoDFP=FDRpfp                      %('Faturamento da demanda de potência
reativa excedente por posto tarifário fora da ponta')
FaturamentoCERP=FERp                        %('Faturamento do consumo de reativo
excedente por posto tarifário na ponta')

```

```

FaturamentoCERFP=FERfp %('Faturamento do consumo de reativo
excedente por posto tarifário fora da ponta')
Ftotal=FDRpp+FDRpfp+Ndias*(FERp+FERfp) %('Faturamento de
demanda e energia reativa excedentes')

function dados = dadosdat(num)

%exercício 6 do livro texto
%| Período | Demanda | Consumo | Energia | Energia
| Fator de potência |
%| horas | kW | kWh | indu kVARh | cap KVARh
| (%)
%
%

dadosdat1 =[0 1 50 50 0 140 29
1 2 43 43 0 140 26
2 3 43 43 0 140 25
3 4 46 46 0 10 95
4 5 43 43 0 14 94
5 6 50 50 0 14 95
6 7 330 330 0 360 62
7 8 560 560 290 0 87
8 9 800 800 305 0 93
9 10 800 800 270 0 94
10 11 830 830 280 0 87
11 12 830 830 470 0 95
12 13 930 930 500 0 95
13 14 1000 1000 310 0 94
14 15 1060 1060 330 0 94
15 16 1080 1080 360 0 94
16 17 1130 1130 380 0 94
17 18 1750 1750 583 0 94
18 19 1550 1550 700 0 91
19 20 1000 1000 350 0 93
20 21 60 60 25 0 91
21 22 60 60 23 0 91
22 23 50 50 20 0 92
23 24 50 50 20 0 92];

```

```
switch num
    case 1
        dados = dadosdat1;
end

Ndias =      20

FaturamentoDP =  5.4763e+003

FaturamentoDFP =  1.0800e+003

FaturamentoCERP =      1.1538
FaturamentoCERFP =      18.2441

Ftotal =  6.9443e+003
```

Os resultados mostram que a fábrica está pagando um valor alto por excedentes reativos. Fatores de potência abaixo de 0.92 estão sendo medidos na ponta e fora da ponta, indicando que a correção por bancos de capacitores está operando de maneira insatisfatória.

Em alguns países, a legislação sobre o fator de potência obriga a correção para valores mais elevados do fator de potência, como na França ($f_p = 0,93$) e na Alemanha ($f_p = 0,95$). Uma pergunta natural é: Por que a legislação não obriga o fator de potência a ser corrigido para 1?

Para responder essa questão, temos que lembrar que a carga é variável e os bancos de capacitores têm valor discreto. Assim, calcular um banco de capacitores com valor discreto para corrigir o fator de potência para 1, ou para uma faixa permitida muito estreita, torna-se uma tarefa difícil. Além disso, na instalação onde o fator de potência está sendo corrigido pode acontecer o fenômeno da ressonância ou da ferro-ressonância, que serão estudados no capítulo seguinte.

6.6 – Exercícios

6.6.1 – Uma carga de 50 kVA, com fator de potência de 0,6 indutivo, está em paralelo com uma carga de 37,5 kVA indutiva. Sendo o fator de potência total de 0,5812 indutivo, determine o fator de potência da carga de 37,5 kVA.

RESPOSTA: 0,8 INDUTIVO

6.6.2 – Uma carga de 50 kVA, com fator de potência de 0,6 indutivo, está em paralelo com uma carga de 37,5 kVA capacitiva. Sendo o fator de potência total de 0,9806 indutivo, determine o fator de potência da carga de 37,5 kVA.

RESPOSTA: 0,8 capacitivo

6.6.3 – Um transformador de 150 kVA está operando a 75% da plena carga com fator de potência 0,8 atrasado. Determine quantos kVA de carga com fator de potência 0,6 indutivo pode ser acrescentado, sem que se exceda o regime de plena carga do transformador.

RESPOSTA: 38,6552 kVA

6.6.4 – Uma indústria é alimentada por um transformador de 112,5 kVA, consumindo 80 kW, com fator de potência 0,8 indutivo. Pretende-se instalar uma caldeira elétrica para a produção de vapor. A caldeira, segundo o fabricante, dissipa 20 kW e é puramente resistiva. Identifique as opções corretas e justifique as suas respostas.

- a. É possível instalar a caldeira sem sobrecarregar o transformador.
- b. Haverá uma pequena sobrecarga no transformador se for instalada a caldeira.
- c. Se a caldeira for instalada, haverá uma sobrecarga no transformador de, pelo menos, 10 %.

- d. A instalação da caldeira provocará uma redução do fator de potência.
- e. É possível evitar a sobrecarga com a instalação da caldeira, se for convenientemente instalado um banco de capacitores.

RESPOSTA: As afirmativas corretas são a B (sobrecarga 3,66 %) e E (potência do banco de capacitores: 8.46 kVAr).

6.6.5 – A potência reativa no circuito em paralelo da figura 6.21 é de 2.000 VAr indutivo. Determine o triângulo das potências.

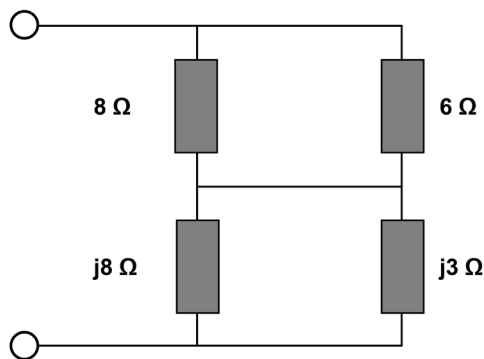


Figura 6.21 – Circuito do exercício 6.6.5

RESPOSTA: $S = 3725,2986 \text{ VA}$; $P = 3142,9046 \text{ W}$; $Q = 2000 \text{ VAr}$

6.6.6 – O circuito da figura 6.22 funciona em regime permanente, a uma frequência de 60 Hz. A carga é submetida a uma tensão de 10 V, absorvendo uma potência ativa de 50 W e reativa de 37,5 Var. O amperímetro marca 20 A. Calcule:

- a. Os valores correspondentes de R e de L , sabendo que a carga é constituída por uma resistência em paralelo, com uma bobina ideal.
- b. O valor da tensão da fonte e da capacitância C .

Considere o fasor de referência como sendo a tensão na carga.

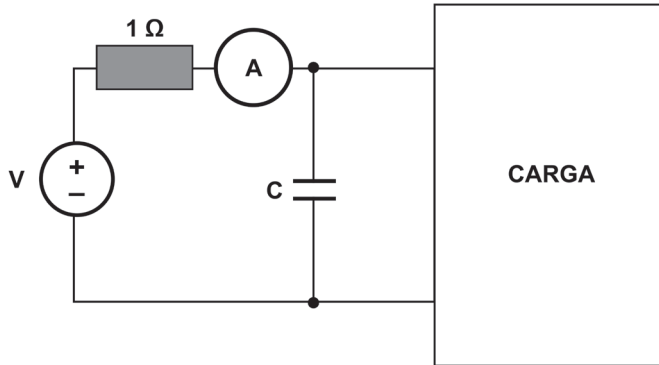
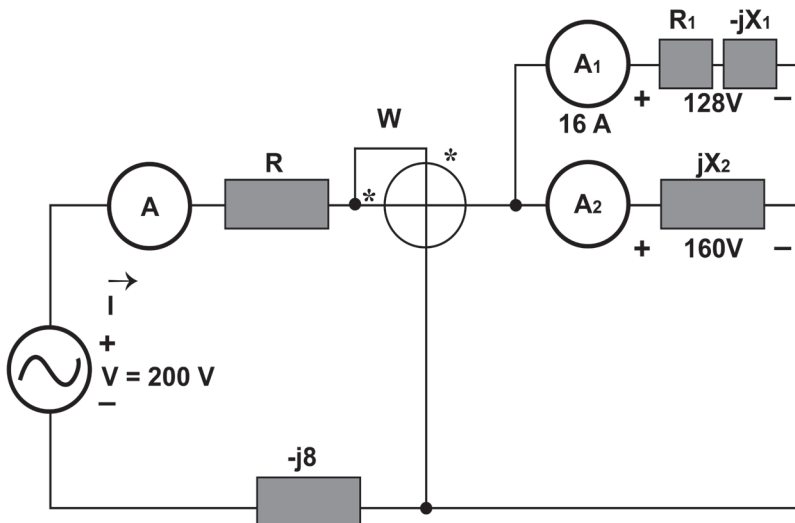


Figura 6.22 – Circuito do exercício 6.6.6

RESPOSTA: $R = 2 \, \Omega$, $L = 8,49 \, \text{mH}$, $C = 7,36 \, \text{mF}$, $V = 24,4949 \angle 52,24^\circ$

6.6.7 – O circuito da figura 6.23 tem uma tensão de 200 V. Sabendo que a tensão sobre a bobina jX_2 é de 160 V, que a tensão sobre o capacitor $-jX_1$ é de 128 V e que a corrente que passa no amperímetro A_1 é de 16 A, calcule a potência que o Wattímetro W mede. Considerando que o fator total do circuito é unitário, determine as leituras dos amperímetros A e A_2 . Todas as impedâncias no circuito são medidas em ohm.

Figura



6.23 – Circuito do exercício 6.6.7

RESPOSTA: $W = 1536 \, \text{W}$, $A_2 = 20 \, \text{A}$, $A = 12 \, \text{A}$

Ressonância e Filtros Elétricos

7.1 – Introdução

Ressonância é um fenômeno natural, que também acontece em um circuito elétrico, podendo ter consequências positivas e negativas, conforme explicado a seguir.

7.2 – Ressonância de um sistema físico

O fenômeno de ressonância existe em uma grande diversidade de sistemas físicos. Ela ocorre quando um sistema recebe energia por estímulos periódicos, com frequência similar à sua frequência natural. Assim, o sistema físico passa a vibrar com amplitudes cada vez maiores.

O fenômeno da ressonância tem efeitos maléficos e benéficos. Para demonstrar um efeito maléfico, considere o sistema massa-mola da figura 7.1.

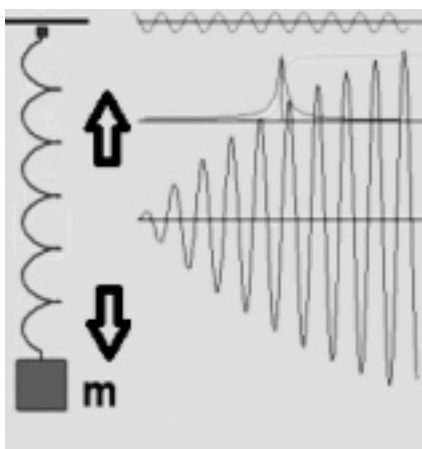


Figura 7.1 – Oscilação forçada em um sistema massa-mola

No exemplo do sistema massa-mola, balançar devagar ou depressa demais causa pequenas amplitudes de oscilação. Balançando na frequência correta, que é a frequência natural do sistema, chega-se à ressonância e são obtidas grandes amplitudes de oscilação.

A frequência de oscilação do bloco é dada pela equação (7.1)

$$f = \frac{\omega_o}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7.1)$$

Onde:

m : massa do bloco

k : constante da mola

A energia potencial é calculada por:

$$E_p = \frac{k(\Delta x)^2}{2} \quad (7.2)$$

Da equação (7.1), o valor de k é dado por:

$$k = f^2(2\pi)^2 m \quad (7.3)$$

Substituindo a equação (7.3) na equação (7.2), temos:

$$E_p = \frac{f^2(2\pi)^2 m(\Delta x)^2}{2} \quad (7.4)$$

De acordo com a equação (7.4), a energia potencial do sistema massa-mola aumenta quando a força externa é contínua e periódica, apresentando a mesma frequência da oscilação livre do sistema. Neste caso, ocorre um efeito de ressonância que aumenta a amplitude de deslocamento do bloco, podendo levar o sistema para o colapso, com a ruptura da mola.

Uma situação similar pode acontecer com as cordas de um violino, a estrutura de um prédio, um cálice que se quebra com a voz do tenor ou a oscilação de uma ponte, como o caso da ponte Tacoma Narrows (EUA).

Para demonstrar um efeito benéfico da ressonância, considere um rádio de cristal simples (figura 7.2).

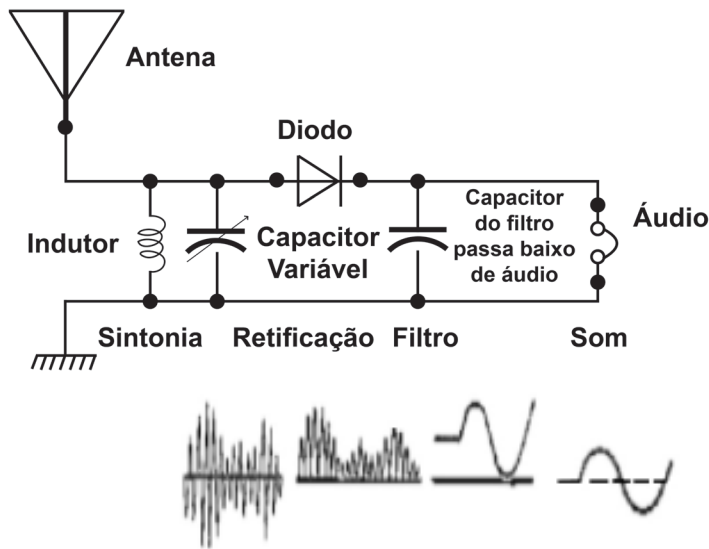


Figura 7.2 – Rádio de cristal simples

A sintonia, como mostra a figura 7.2, está no indutor e no capacitor variável. Para sintonizar certa estação é necessário alterar o valor do capacitor variável, colocando o circuito em ressonância (oscila na mesma frequência da onda emitida). Ou seja, sintonizar uma emissora significa fazer seu receptor de rádio ou TV entrar em ressonância com a onda da emissora.

Na ressonância, o receptor “capta” energia da onda de rádio ou TV com eficiência máxima, e o sinal da emissora é reproduzido pelo receptor. As ondas das outras emissoras, com frequências diferentes, não estão em ressonância com o receptor, passando sem interagir com ele.

7.3 – Circuitos elétricos em ressonância

Os circuitos elétricos em ressonância apresentam características discriminatórias em relação à frequência considerada. Eles transmitem sinais melhores em algumas frequências do que em outras, podendo ser usados para filtrar ou eliminar sinais de uma faixa de frequência indesejável e produzir circuitos seletivos em frequência, que são de vital importância para as comunicações de rádio e televisão.

A definição de ressonância em um circuito elétrico é feita conforme apresentado a seguir.

Em um circuito elétrico com dois terminais, contendo pelo menos um indutor e um capacitor, ressonância é a condição que existe quando a impedância de entrada do circuito é puramente resistiva. Assim, um circuito é dito em ressonância quando a tensão e a corrente nos terminais de entrada do circuito estão em fase.

7.3.1 – Ressonância série

Considere o circuito série da figura 7.3, que é alimentado por gerador de tensão constante e frequência variável.

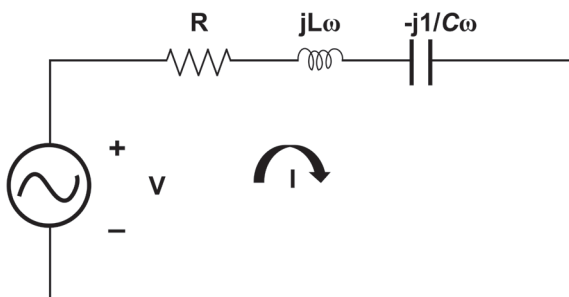


Figura 7.3 – Circuito RLC série

A impedância do circuito é calculada por:

$$Z = R + j\omega L - j \frac{1}{\omega C} \quad (7.5)$$

Para que o circuito seja ressonante, é preciso que $\text{Im}(Z) = 0$.

Assim, teremos:

$$j\omega_o L - j \frac{1}{\omega_o C} = 0 \quad (7.6)$$

E, portanto:

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7.7)$$

A equação (7.7) mostra que além da frequência angular, a condição de ressonância série pode ser obtida por variações em L ou C .

A frequência de ressonância vale:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (7.8)$$

Se o módulo da corrente for calculado em função da frequência, obtém-se uma curva definida pela equação (7.9).

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (7.9)$$

Esta corrente é máxima quando $\omega = \omega_o$, como pode ser visto na figura 7.4.

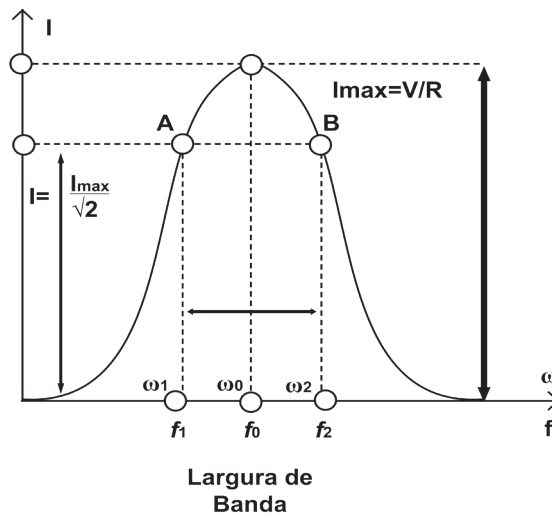


Figura 7.4 – Resposta do circuito ressonante série

A corrente atinge o valor $I = I_{max}/\sqrt{2}$ nas frequências f_1 e f_2 , e, as quais estão marcadas pelos pontos A e B da figura 7.4, que são importantes em eletrônica e comunicações. Estas frequências são chamadas frequências de meia potência, pois para estes valores de frequência, a potência dissipada

na resistência do circuito é a metade da potência dissipada em condição de ressonância.

As frequências f_1 e f_2 e são calculadas como segue:

$$I = \frac{V}{|Z|} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad (7.10)$$

A corrente máxima é alcançada na condição de ressonância e vale:

$$I_{max} = \frac{V}{R} \quad (7.11)$$

Substituindo a equação (7.11) na equação (7.10), temos:

$$\frac{V}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{V}{R\sqrt{2}} \quad (7.12)$$

Resolvendo a equação (7.12), encontramos:

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}} \quad (7.13)$$

E:

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}} \quad (7.14)$$

A largura de banda é definida por:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \quad (7.15)$$

Das equações (7.14) e (7.13), temos:

$$\Delta\omega = \frac{R}{L} \quad (7.16)$$

O quociente abaixo é definido como o fator de qualidade Q de um circuito ressonante:

$$Q = \frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{L\omega_o}{R} = \frac{1}{\omega_o CR} \quad (7.17)$$

Ou:

$$Q = \frac{\omega_o C}{R} = \frac{1}{\omega_o LR} \quad (7.18)$$

O fator de qualidade é uma medida de que a corrente da figura 7.4 é mais ou menos aguda, medindo a seletividade do circuito. Quanto maior o Q mais pontiaguda é a curva da corrente e mais seletivo é o circuito. Ou seja, quanto maior é o fator de seletividade, menor é a largura de banda.

As tensões de ressonância série podem ser perigosas nas instalações de sistemas elétricos, principalmente em casos práticos, quando a relação $X_L \gg R$ ou $X_C \gg R$, pois as tensões serão dadas por:

$$V_L = IX_L = \frac{V}{R} X_L \quad (7.18)$$

$$V_C = IX_C = \frac{V}{R} X_C \quad (7.19)$$

Assim, as tensões V_L ou V_C poderão alcançar valores maiores do que a tensão da fonte.

Exemplo 7.1

Um circuito serie R-L-C tem uma fonte de tensão de 200 V. Os valores dos parâmetros são: $R = 10 \, \Omega$, $L = 16 \, mH$ e $C = 10 \, \mu F$. Calcule:

- A frequência de ressonância;
- A corrente do circuito em ressonância;
- As tensões sobre R, L e C;
- As frequências e a largura de banda;
- O fator de qualidade do circuito ressonante.

SOLUÇÃO:

A impedância do circuito vale:

$$Z_{eq} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

Na condição de ressonância, temos:

$$Z(w) = j \left(wL - \frac{1}{wC} \right) = 0$$

Portanto,

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{16 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-6}}} = \frac{10^4}{4} = 2500 \text{ rad/s}$$

A frequência vale:

$$\text{a) } f_0 = \frac{w_0}{2\pi} = 397,8874 \text{ Hz}$$

A corrente na ressonância é calculada como:

$$\text{b) } I = \frac{V}{R} = \frac{200 \angle 0^\circ}{10} = 20 \angle 0^\circ \text{ A}$$

Cálculo das tensões em cada elemento (c):

$$V_R = RI = 10 \times 20 \angle 0^\circ = 200 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_L = jwLI = j2500 \times 16 \times 10^{-3} \times 20 = j800 \text{ V}$$

$$V_C = \frac{1}{jwC} I = -j \frac{20}{2500 \times 10 \times 10^{-6}} = -j800 \text{ V}$$

Cálculo das frequências, de acordo com as equações (7.13) e (7.14):

$$w_1 = -\frac{10}{2 \times 16 \times 10^{-3}} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{10}{16 \times 10^{-3}} \right)^2 + \frac{4}{16 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-6}}} = 2207 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$w_2 = \frac{10}{2 \times 16 \times 10^{-3}} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{10}{16 \times 10^{-3}} \right)^2 + \frac{4}{16 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-6}}} = 2832 \text{ rad/s}$$

Cálculo das frequências e da largura de banda (d):

$$f_1 = \frac{2207}{2\pi} = 351,2549 \text{ Hz}$$

$$f_2 = \frac{2832}{2\pi} = 450,7268 \text{ Hz}$$

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 450,7268 - 351,2549 = 99,4719 \text{ Hz}$$

Fator de qualidade (Q), de acordo com a equação (7.17):

$$Q = \frac{w_o}{w_2 - w_1} = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \frac{397,8874}{99,4719} \cong 4$$

Exemplo 7.2

Sabendo que a frequência de ressonância é de 397,8874 Hz, calcule a tensão sobre o capacitor e a corrente do circuito do exercício 7.1, usando o ATPdraw.

SOLUÇÃO:

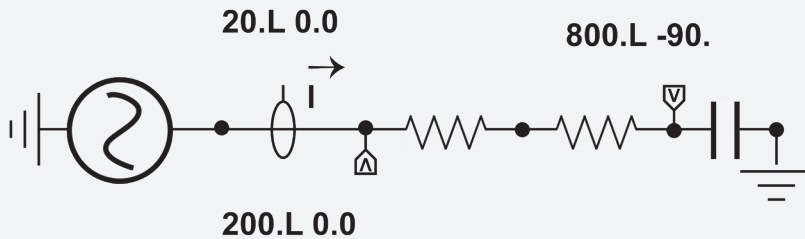


Figura 7.5 – Solução do exemplo 7.2 em ATPdraw

7.3.2 – Ressonância paralela

Considere o circuito RLC em paralelo da figura 7.6.

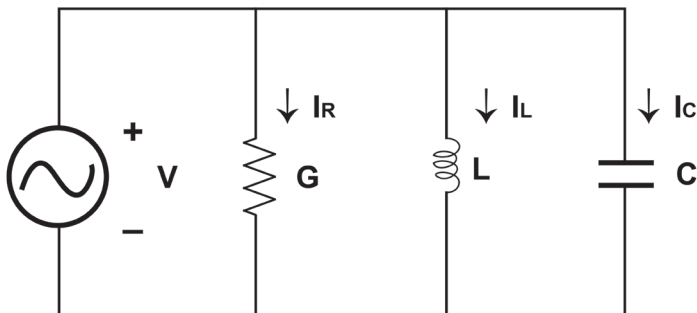


Figura 7.6 – Circuito RLC em paralelo

As correntes nos ramos são:

$$I_G = GV, I_C = j\omega CV, I_L = -j\frac{1}{\omega L}V \quad (7.20)$$

Em ressonância, a susceptância equivalente é igual à zero. Logo:

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

E a frequência ressonante é a mesma como no circuito em série.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7.21)$$

Quando o circuito está em ressonância, as correntes I_C e I_L são iguais em módulo e defasadas em 180° , fluindo somente no laço LC.

Os módulos das correntes reativas em ressonância são:

$$I_{Co} = I_{Lo} = \omega_0 CV = \omega_0 C \frac{I_o}{G} = QI_o \quad (7.22)$$

Onde Q é o fator de qualidade do circuito em paralelo, sendo dado por:

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 LG} \quad (7.23)$$

Quando $Q > 1$ (o que é comum em circuitos ressonantes), as correntes I_C e I_L são Q vezes maiores do que a corrente resistiva que vem da fonte.

Exemplo 7.3

Um circuito paralelo R-L-C tem uma fonte de tensão de 200 V. Os valores dos parâmetros são: $R = 100 \, \Omega$, $L = 16 \, mH$ e $C = 10 \, \mu F$. Calcule:

- A frequência de ressonância;
- As correntes que passam nos elementos do circuito na condição de ressonância e o fator de qualidade do circuito

SOLUÇÃO:

- A frequência de ressonância é dada pela equação (7.21).

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{16 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-6}}} = 397,8874 \text{ Hz}$$

b) As correntes são calculadas como:

$$I_G = GV = \frac{1}{100} 200 = 2 \text{ A}$$

$$I_C = j\omega CV = j2500 \times 10 \times 10^{-6} \times 200 = j5 \text{ A}$$

$$I_L = -j \frac{1}{\omega L} V = -j \frac{200}{2500 \times 16 \times 10^{-3}} = -j5 \text{ A}$$

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 LG} = \frac{2500 \times 10 \times 10^{-6}}{0,01} = \frac{1}{2500 \times 16 \times 10^{-3} \times 0,01} = 2,5$$

Como $Q > 1$, as correntes I_C e I_L são Q vezes maiores do que a corrente resistiva que vem da fonte.

Exemplo 7.4

Sabendo que a frequência de ressonância é de 397,8874 Hz, calcule as correntes sobre o resistor, o indutor e o capacitor do circuito do exercício 7.3, usando o ATPdraw.

SOLUÇÃO:

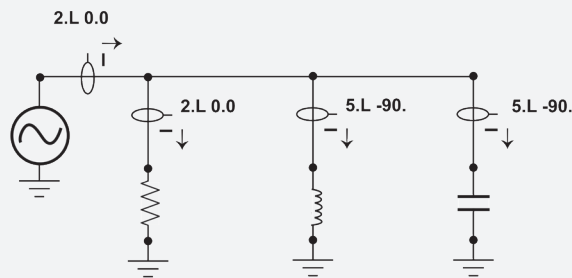


Figura 7.7 – Solução do exemplo 7.4 em ATPdraw

7.4 – Ferro-ressonância

Ferro-ressonância é um fenômeno oscilatório, que pode ocorrer em um circuito elétrico. Trata-se de um tipo especial de ressonância.

Proporciona sobretensões de 4 a 5 p.u.

O fenômeno é causado por descargas atmosféricas, manobras de disjuntores, energização ou desenergização de transformadores ou cargas, ocorrência ou remoção de defeitos.

A ferro-ressonância pode ocorrer com a combinação mostrada na figura 7.8.



Figura 7.8 – Ocorrência da ferro-ressonância

Uma situação típica para a ocorrência da ferro-ressonância é mostrada no circuito da figura 7.9.

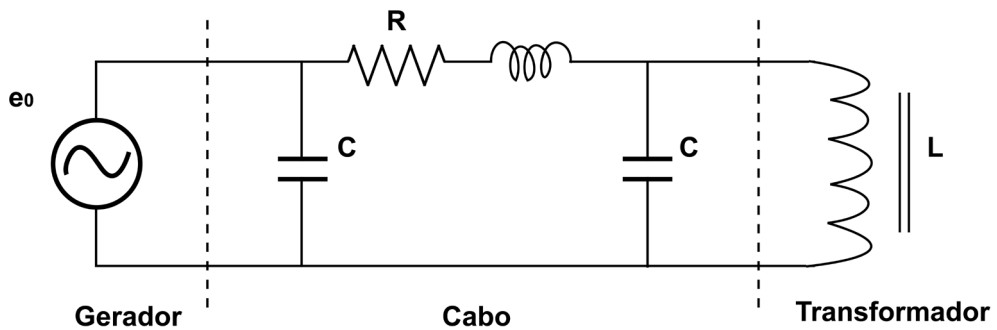


Figura 7.9 – Circuito ferro-ressonante

A combinação da capacitância dos cabos com a indutância não linear do transformador pode levar à ocorrência da ferro-ressonância. Os estudos desse fenômeno são feitos usando o ATPdraw.

7.5 – Os filtros elétricos

Os filtros elétricos são circuitos que podem ser empregados para separar ondas de diferentes frequências, em sinais de comunicação e de potência.

Os filtros passivos (formados de combinações em série ou paralelo de elementos R, L e C) mais comuns são:

- Passa-baixas: Passa baixas frequências e rejeita altas frequências.
- Passa-altas: Passa altas frequências e rejeita as baixas.
- Passa-faixa: Deixa passar alguma faixa de frequência e rejeita todas as outras fora da faixa selecionada.
- Rejeita-faixa: Rejeita uma faixa em particular e deixa passar todas as outras frequências.

Na figura 7.10, são mostradas as respostas ideais (linha contínua) e reais (traçado descontínuo) dos quatro tipos de filtros mencionados.

Faixas selecionadas são chamadas faixas de passagem, enquanto faixas rejeitadas são chamadas faixas de atenuação.

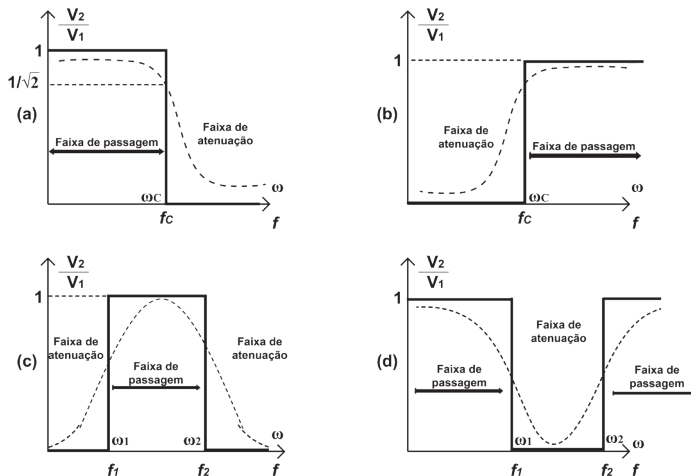


Figura 7.10 – Respostas dos filtros elétricos

Filtros ativos são aqueles que utilizam dispositivos ativos, como transistores e amplificadores operacionais combinados com elementos R, L e C.

O estudo dos filtros elétricos pertence a áreas mais específicas da engenharia elétrica. Assim, para que o leitor compreenda como os filtros trabalham, a seguir vamos explicar como funciona um filtro passivo passa-baixas e um filtro passivo passa-altas.

Considere o circuito da figura 7.11. O gerador de tensão tem frequência variável.

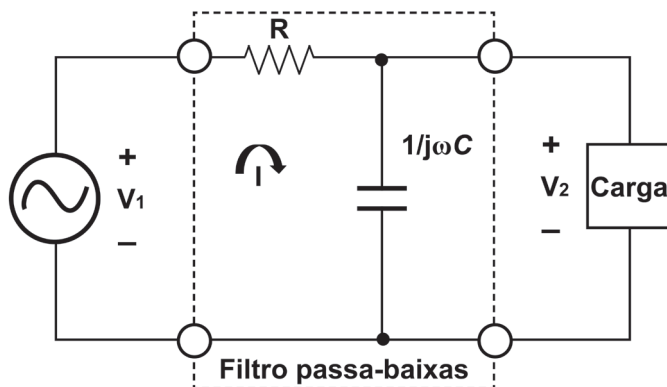


Figura 7.11 – Filtro passa-baixas

Para analisar o funcionamento do filtro, a carga é desconectada do circuito. O objetivo é determinar a relação entre a tensão de saída e a tensão de entrada, em função da frequência do gerador. Aplicando a lei de Kirchhoff das correntes, temos:

$$I = \frac{V_1}{R - j\frac{1}{\omega C}} \quad (7.24)$$

E:

$$V_2 = -j\frac{1}{\omega C} I \quad (7.25)$$

Substituindo a equação (7.24) na equação (7.25), temos:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (7.26)$$

Exprimindo a equação (7.26) na forma modular:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + (wRC)^2}} \quad (7.27)$$

Aplicando valores limite na equação (7.27), temos:

Para baixas frequências $w \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1$, o capacitor se comporta como um circuito aberto (impedância infinita). A corrente na malha não passa. Logo, o sinal de entrada é transmitido para a saída. Não existe atenuação do sinal ao passar no filtro.

Para altas frequências $w \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 0$, o capacitor se comporta como um curto-circuito (impedância zero). A tensão de saída tende a zero.

Portanto, o filtro bloqueia os sinais de alta frequência e deixa passar os sinais de baixa frequência.

A frequência de corte é definida como a frequência para a qual existe a igualdade:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + (wRC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (7.28)$$

Logo:

$$w_c RC = 1 \quad (7.29)$$

A frequência de corte de um filtro passa-baixas é igual a:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (7.30)$$

A frequência de corte representa a frequência para a qual a tensão de saída é reduzida 3 dB frente à tensão de entrada.

No caso do filtro passa-altas, considere o circuito da figura 7.12, no qual o gerador também tem frequência variável.

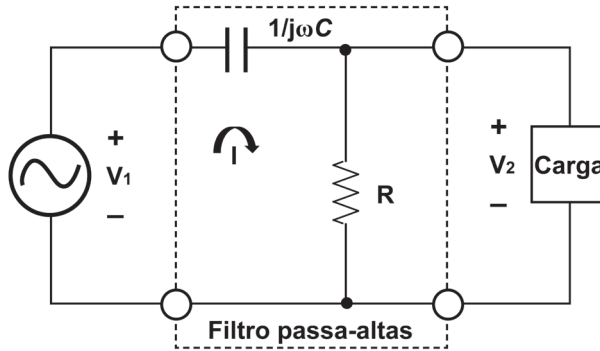


Figura 7.12 – Filtro passa-altas

De maneira similar à feita para o filtro passa-baixas, temos a mesma expressão da equação (7.27).

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

A análise, também é similar. Para altas frequências $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 0$, o capacitor se comporta como um curto-circuito (impedância zero). Logo, o sinal de entrada é transmitido para a saída.

Para baixas frequências $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1$, o capacitor se comporta como um circuito aberto (impedância infinita). A tensão de saída tende a zero.

Para formar um filtro passa-faixa, pode ser utilizado um filtro passa-baixas e outro passa-altas, como mostrado na figura 7.13.

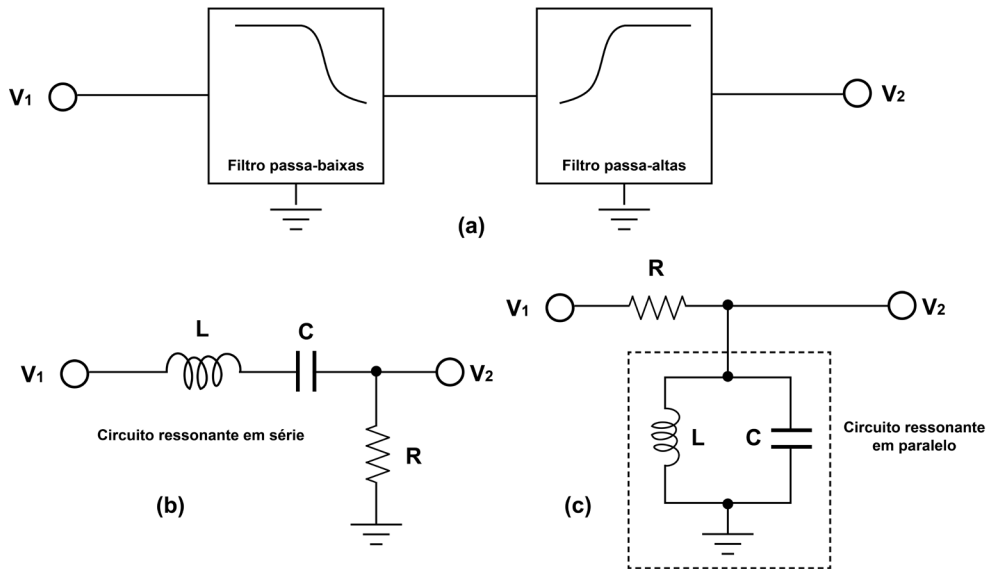


Figura 7.13 – Filtro passa-faixa

Finalmente, é possível formar um filtro rejeita-faixa, com um filtro passa-baixas e outro passa-altas (figura 7.14).

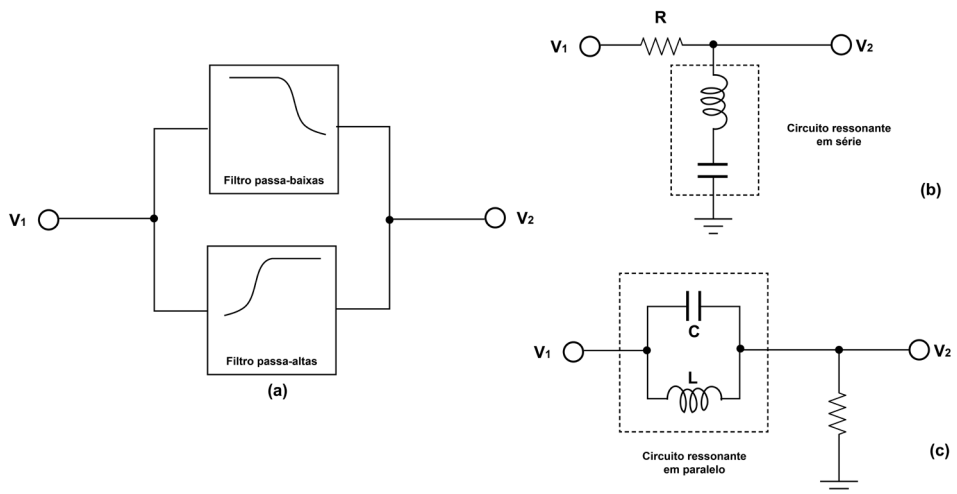


Figura 7.14 – Filtro rejeita-faixa

Exemplo 7.5

Determine a frequência crítica para o filtro RC passa-baixas mostrado na figura 7.15.

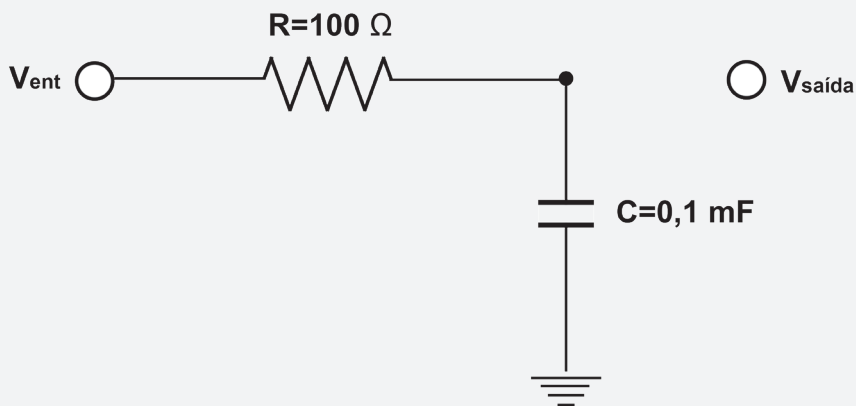


Figura 7.15 – Circuito RC

SOLUÇÃO:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \times 100 \times 0,1 \times 10^{-3}} = 15,9155\text{ Hz}$$

7.6 – Exercícios

7.6.1 – O circuito da figura tem frequência angular de ressonância de 105 rad/s. Quando um voltímetro ideal é conectado em paralelo com o capacitor, a tensão medida é de 25 V. Um voltímetro real com uma resistência interna de 2.000 ohm é conectado em paralelo com o capacitor:

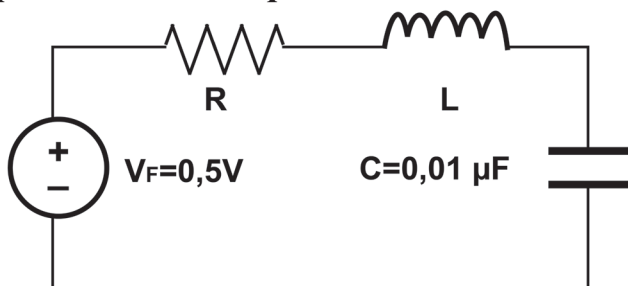


Figura 7.16 – Circuito do exemplo 7.6.1

1. Qual é o valor da nova frequência angular de ressonância do circuito?
2. Qual é a leitura do voltímetro real nessa nova condição de ressonância?

RESPOSTA: 1) $\omega = 8\,6603 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$; 2) 0.96154 V

7.6.2 – Os seguintes dados são conhecidos para um dado circuito:

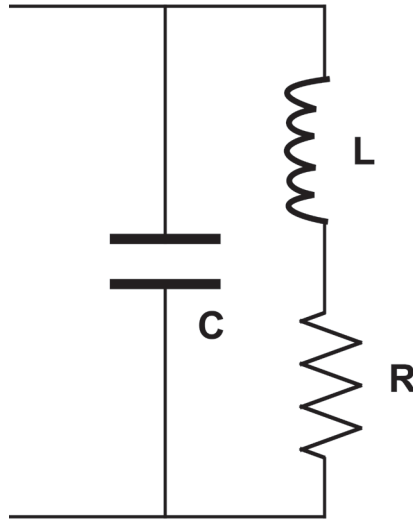


Figura 7.17 – Circuito do exemplo 7.6.2

1. Para uma frequência angular $\omega_1 = 10000 \text{ rad/s}$, o fator de qualidade do circuito vale 12,58 e a equação a seguir é válida.

$$\omega_1 L = \frac{1}{\omega_1 C}$$
2. Para outra frequência angular, o circuito está em ressonância e a impedância de entrada vale 1.250 ohm. Determine, o valor dos parâmetros do circuito R, L e C, e a frequência angular de ressonância.

RESPOSTA: $L = 0,01 \text{ H}$, $C = 1 \mu\text{F}$, $R = 8 \Omega$, $\omega_2 = 9967,9 \text{ rad/s}$

7.6.3 – Em um circuito série com $R = 50 \text{ ohm}$, $X_c = 100 \text{ ohm}$ e $f = 60 \text{ ciclos/s}$, L é variado para produzir ressonância, quando aplicada uma tensão de 500 V no circuito. Determine a queda de tensão em L na ressonância; a corrente no circuito, quando a queda é máxima; e a queda de tensão máxima em L .

RESPOSTA: $V_{\text{ressonância}} = 1000 \text{ V}$; $I = 8,9443 \text{ A}$; $V_{\text{máxima}} = 1118,0339 \text{ V}$