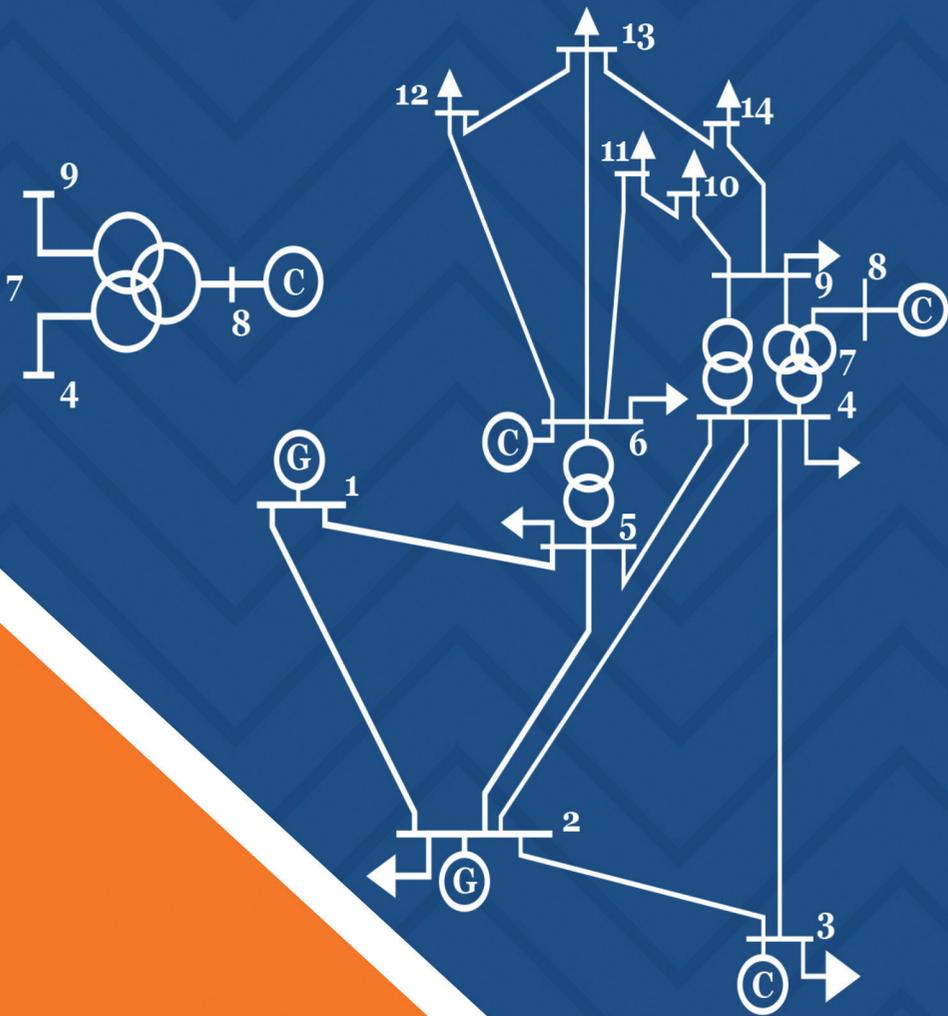


ENGENHARIA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

EXERCÍCIOS DE FLUXO DE CARGA



Ailson P. de Moura

Adriano Aron F. de Moura

Ednardo P. da Rocha

Artliber
EDITORA

Ailson P. de Moura
Adriano Aron F. de Moura
Ednardo P. da Rocha

ENGENHARIA DE
SISTEMAS DE POTÊNCIA

Exercícios de Fluxo de Carga

Artliber
EDITORAL

Copyright© 2018 by Artliber Editora Ltda.

Composição eletrônica e Capa:

Perfil Editorial

Revisão:

Maria Carolina C. Garcia

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

M654e Moura, Ailson P. de
1.ed. Exercícios de Fluxo de Carga: Engenharia de Sistemas de Potência /
Ailson P. de Moura/Adriano Aron F. de Moura/Ednardo P. da Rocha. -
1.ed. - São Paulo: Artliber Editora, 2018.
176 p.; il.; 17 x 24 cm.

Inclui bibliografia.

ISBN: 978-85-88098-84-8

1. Engenharia elétrica 2. Exercício - fluxo de carga. 3. Sistema de potência. I. Moura, Adriano Aron F. de. II. Rocha, Ednardo P. da. III. Título.

CDD-621.3

Índices para catálogo sistemático:

1. Engenharia elétrica: sistema de potência
2. Exercício: fluxo de carga

2018

Todos os direitos desta edição reservados à

Artliber Editora Ltda.

Av. Diógenes Ribeiro de Lima, 3.294

05083-010 - São Paulo - SP - Brasil

Tel.: (11) 3641-3893 - 3832-5489

info@artliber.com.br

www.artliber.com.br

Sumário

Exercícios computacionais e aspectos gerais do fluxo de carga	
1 – Problemas.....	09
Exercícios sobre os modelos usados em fluxo de carga não-linear	
2 – Problemas.....	17
Exercícios sobre os métodos de Gauss e Gauss-Seidel	
3 – Problemas.....	27
Exercícios sobre o método de Newton-Raphson	
4 – Problemas.....	33
Exercício sobre os métodos de fluxo de carga desacoplados	
5 – Problemas.....	37
Exercícios sobre ajustes, controles automáticos e cálculo não iterativo em fluxo de carga	
6 – Problemas.....	41
Exercícios sobre fluxo de carga linear	
7 – Problemas.....	51

8 – Solução dos exercícios.....	55
Exercícios sobre os modelos usados em fluxo de carga não-linear	61
Exercícios sobre os métodos de Gauss e Gauss-Seidel	81
Exercícios sobre o método de Newton-Raphson.....	101
Exercício sobre os métodos de fluxo de carga desacoplados	111
Exercícios sobre ajustes, controles automáticos e cálculo não iterativo em fluxo de carga	121
Exercícios sobre fluxo de carga linear	173
Bibliografia.....	176

Exercícios sobre ajustes, controles automáticos e cálculo não iterativo em fluxo de carga

6 – Problemas

6.1 – Uma barra de tensão controlada é considerada como uma barra de carga em uma iteração subsequente quando sua:

- a) Tensão limite é violada;
- b) Potência ativa limite é violada;
- c) Potência reativa limite é violada;
- d) Ângulo de fase limite é violado.

6.2 – A tensão de uma barra particular pode ser controlada pelo controle de:

- a) Ângulo de fase
- b) Potência reativa da barra;
- c) Potência ativa da barra;
- d) Ângulo de fase e potência reativa.

6.3 – Em uma barra particular as potências ativas especificadas são:

Saindo da barra: 20 MW, 25 MW

Chegando na barra: 60 MW, 30 MW.

O balanço de potências será:

- 30 MW deixando a barra
- 45 MW deixando a barra
- 45 MW chegando na barra
- 22,5 MW chegando na barra e 22,5 MW deixando a barra.

6.4 – A figura 6.1 mostra o resultado do fluxo de carga de um sistema de três barras. O fluxo de potência é indicado em pu de uma base trifásica de 50 MVA. No diagrama unifilar, o fluxo de potência ativa é indicado pela parte real do número complexo e o fluxo de potência reativa pela parte imaginária. As tensões de todas as barras são controladas em 1 pu. Nas barras 1 e 2, os controles são efetuados pelos geradores G1 e G2, respectivamente. Por meio de chaveamento adequado, o capacitor C3 controla a tensão na barra 3, A tensão base do sistema é 120 kV de linha. Calcule:

- A reatância do capacitor C3 em ohms;
- As perdas ativas nas linhas 1 – 2 e 2 – 3,
- A potência ativa gerada pelo gerador G2;

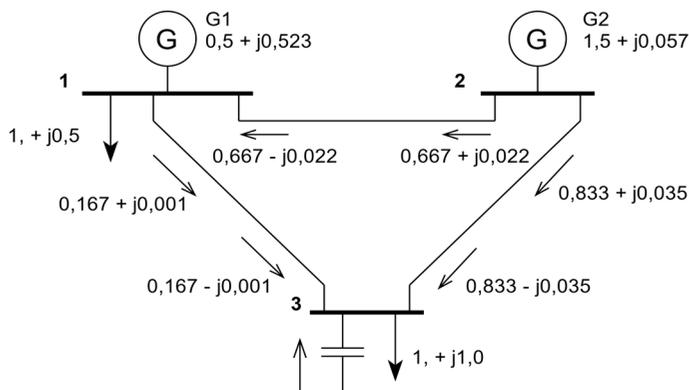


Figura 6.1 – Sistema do exercício 6.44

6.5 (Exercício de Simulação Computacional) – Seja o SEP da figura 6.2:

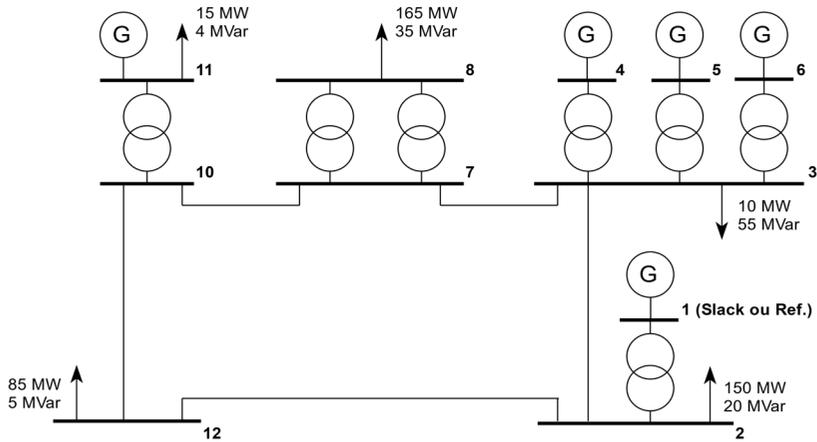


Figura 6.2 – SEP do exemplo 6.5

Dados:

Base do SEP: $S_{3\phi} = 100 \text{ MVA}$, $V_{LL} = 34,5 \text{ kV}$

Transformadores, como mostrado na tabela 6.1

Tabela – 6.1 Dados do transformador

Barra	Tipo	Carregamento nominal (mva)	Tensao nominal (kv)	Resistência (pu) na base do sep	Reatancia (pu) na base do sep
1 - 2	3ϕ	200	34,5 Y- 230 Δ	0,0035	0,035
3 - 4	$3 \times 1\phi$	45	13,8 Δ -230 Y	0,002083	0,04167
3 - 5	$3 \times 1\phi$	45	13,8 Δ -230 Y	0,002083	0,04167
3 - 6	$3 \times 1\phi$	45	13,8 Δ -230 Y	0,002083	0,04167
7 - 8	3ϕ	120	115 Y – 230 Y	0,001667	0,04167
8 - 7	3ϕ	120	115 Y – 230 Y	0,001667	0,04167
10 - 11	3ϕ	120	13,8 Δ -230 Y	0,012	0,024

Linhas de transmissão

Dados: Linhas de 230 kV

Tensão nominal de fase = 132,8 kV

Corrente nominal por fase 900 A

Dados de condutor

795 ACSR

$r = \text{raio} = 1,350 \text{ cm}$

$r' = \text{RMG} = 1,073 \text{ cm}$

$R = \text{resist\^encia} = 0,088 \ \Omega/\text{km}$

Linhas completamente transpostas.

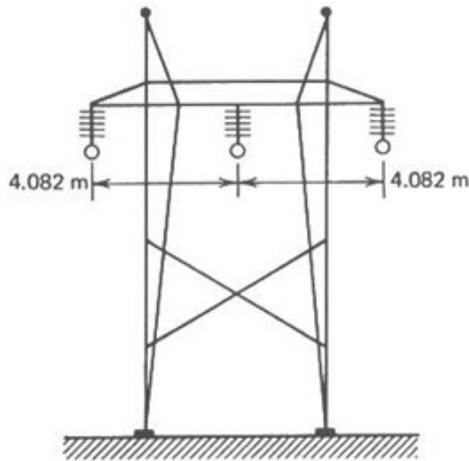


Figura 6.15 – Torre de transmissão

Linhas de transmissão (tabela 6.2)

Tabela 6.2 – dados em pu na base do SEP

Barra	Resist\^encia (pu)	Reat\^ancia indutiva (pu)	Suscept\^ancia total (pu)
2 - 3	0,01664	0,08798	0,18644
3 - 7	0,00665	0,03519	0,07458
7 - 10	0,00665	0,03519	0,07458
10 - 12	0,00998	0,05279	0,1119
2 - 12	0,01664	0,08798	0,18644

Geração, dados na tabela 6.3,

Tabela 6.3, dados de geração

Barra	Tensão nominal (kv)	Potência ativa (mw)	Límite máximo de reativo (mvar)	Límite mínimo de reativo (mvar)
1	34,5	-	-	-
4	13,8	30	30	-30
5	13,8	30	30	-30
6	13,8	30	30	-30
11	13,8	220	140	-100

Cargas (veja tabela 6.4):

Tabela 6.4 – Dados de cargas

Barra	Potência ativa (mw)	Potência reativa (mvar)
2	150	20
3	10	55
8	165	35
11	15	4
12	85	5

Pede-se:

6.5.1 – Usando o programa de fluxo de carga ANAREDE obter os resultados para o sistema dado (CASO BASE);

6.5.2 – Descrever o caso base (em termos de tensões, carregamento de LT, carregamento de transformadores etc.);

6.5.3 – Reduzir em 2% a tensão da barra terminal de alta tensão da usina hidroelétrica (barra numero 3);

Procedimento:

- 6.5.3.1) Reduzir a excitação do gerador na barra 4;
- 6.5.3.2) Reduzir a excitação dos geradores das barras 4 e 5 simultaneamente;
- 6.5.3.3) Reduzir a excitação dos geradores das barras 4, 5 e 6 simultaneamente;

Considere que existe uma proporcionalidade direta entre a corrente de campo e a tensão da máquina síncrona.

6.5.4 – Sem considerar as modificações do item 3, Isto é, voltando para a configuração do caso base:

6.5.4.1) Aumente em 5% a tensão na barra 8 ajustando o tape de um dos transformadores entre as barras 7 e 8;

6.5.4.2) Aumente em 5% a tensão na barra 8 ajustando os tapes dos dois transformadores entre as barras 7 e 8;

6.5.5 – Considerando novamente o caso base e usando os tapes dos dois transformadores entre as barras 7 e 8, eleve em 2,5% a tensão da barra que estiver com o valor mais alto. Isto é, escolher entre a tensão da barra 3 ou da barra 10 (a tensão que estiver maior deve ser elevada 2,5%).

6.6 – A Companhia de Eletricidade do Vale Dourado dispõe de duas subestações de 130 kV alimentadas por um sistema de transmissão cujo diagrama unifilar é apresentado na figura. A impedância série de cada linha é igual a $0,26 + j0,52 \Omega/\text{Km}$ e o efeito capacitivo é desprezado. A divisão de operação da Companhia executou o estudo de fluxo de carga desse sistema para três condições de carga e, baseado no período de carga máxima, decidiu que deveria ser instalado um banco de capacitores na SUB02, de forma a obter nesse ponto, uma tensão de 1,0 pu. A tabela 6.5 apresenta alguns resultados da execução do fluxo de carga do sistema, onde GER00 foi considerada como barra de balanço.

Tabela 6.5 – Resultados do fluxo de carga

Barra	Módulo de tensão (pu)	Fase da tensão (rad)
GER00	1.000	0.0000
SUB01	0.990	-0.03037
SUB02	1.000	-0.03039

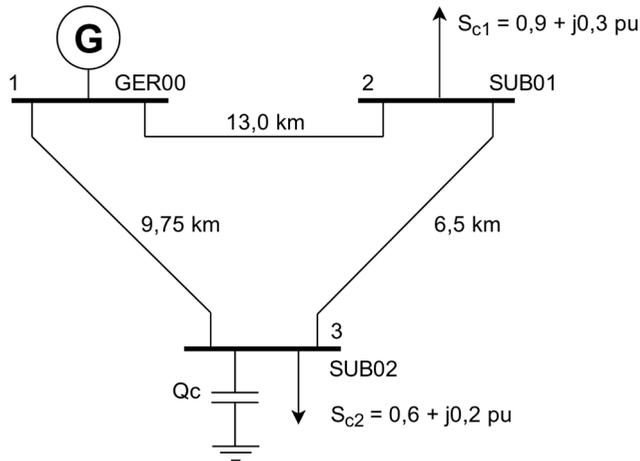


Figura 6.2 – SEP do exemplo 6.6

- Expresse a impedância das linhas em pu, adotando 100 MVA como base de potência e a tensão de linha como base de tensão.
- Determine a potência do banco de capacitores instalado em SUB02.

Dados:

As potências ativa e reativa (em pu) transmitidas entre as barras i e k de um SEP (desprezando o efeito capacitivo) são dadas por:

$$P_{ik} = G_{ik}V_{ik}^2 - G_{ik}V_iV_k\cos\theta_{ik} + B_{ik}V_iV_k\sin\theta_{ik}$$

$$Q_{ik} = -B_{ik}V_{ik}^2 - G_{ik}V_iV_k\sin\theta_{ik} + B_{ik}V_iV_k\cos\theta_{ik}$$

6.7 – Planejamento da expansão de um sistema de distribuição real.

Depois de implantada uma nova previsão de carga, o alimentador 01AP3 da figura 6.3, apresentou resultados de módulos de tensão e carregamento das linhas dentro de valores normatizados, até o quarto ano. No quinto ano, o mesmo apresentou problemas de queda de tensão abaixo do limite de $0,93 \leq V \leq 1,05$ pu, em carga pesada, entre as barras 16 e 36 conforme resultados do fluxo de carga.

- a) Conhecidos os dados do alimentador apresente duas alternativas para solucionar o problema no quinto ano. O fator de potência das cargas é suposto sendo 0,92 indutivo.

Dados do alimentador

Suponha que os dados econômicos em dólar, levantados no departamento de planejamento do sistema, sejam os mostrados nas tabela 6.6 e 6.7:

Tabela 6.6 – Dados econômicos em US dólar

Barra	Módulo de tensão (pu)	Fase da tensão (rad)
GER00	1.000	0.0000
SUB01	0.990	-0.03037
SUB02	1.000	-0.03039

Tabela 6.7 – Dados recondução

Equipamentos da rede de média tensão		
Banco de capacitores <i>shunt</i>	Instalação valor em dólar (\$)	Relocação valor em dólar (\$)
Fixo 150 kVAR	2.589,21	785,26
Fixo 300 kVAR	3.063,03	1.766,56
Automático 600 kVAR	8.376,60	1.973,29
Banco regulador de tensão		
Delta aberto 50 A	1.8660,78	1.740,38
Delta aberto 100 A	21.535,79	2.405,98
Delta aberto 200 A	24.916,13	4.396,36
Delta fechado 50 A	31.983,97	1.706,73
Delta fechado 100 A	34.007,48	4.275,11
Delta fechado 200 A	35.701,92	4.309,29

Dados técnicos:

A tensão da barra de referência é de 1,0 pu.

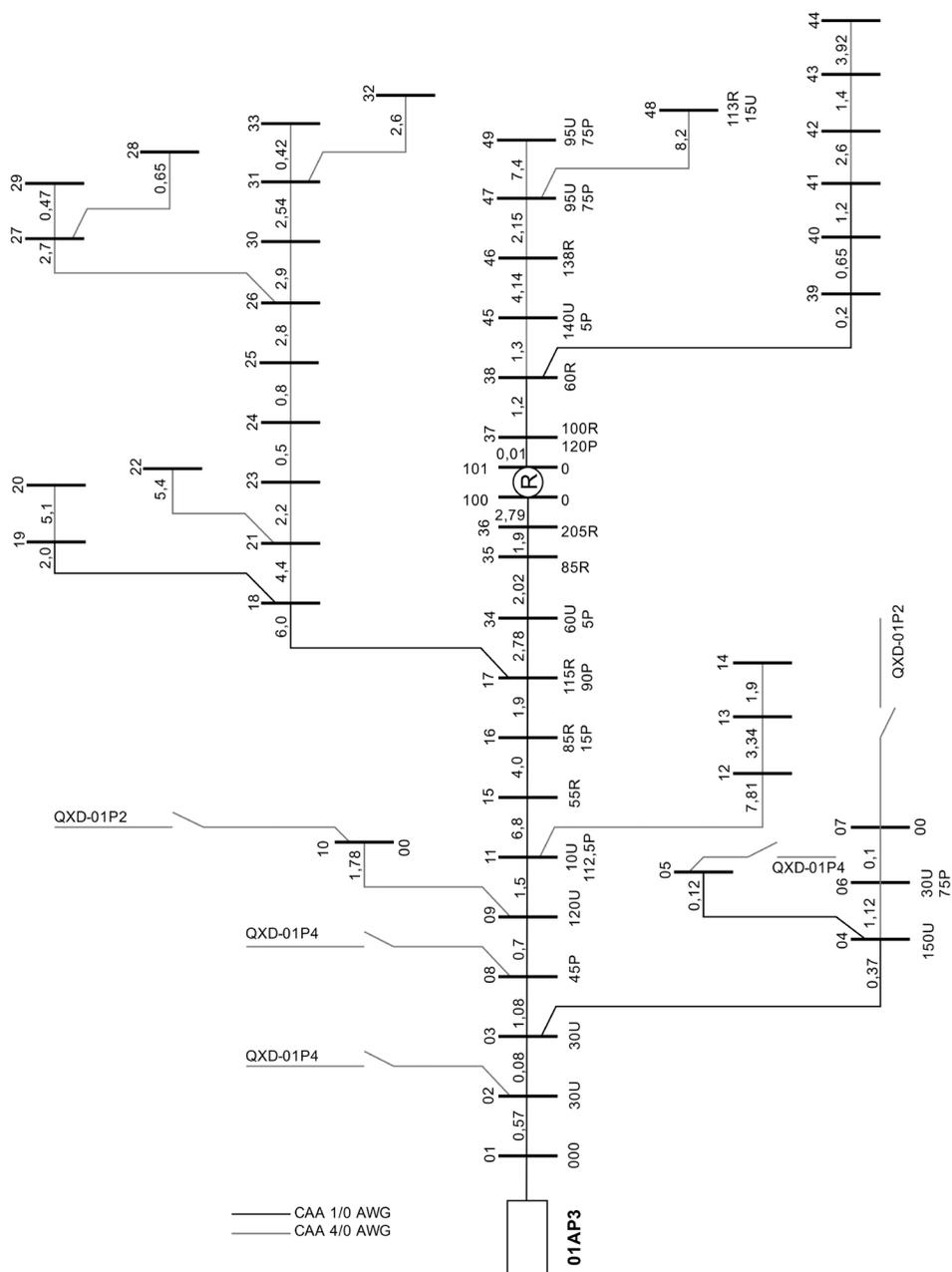


Figura 6.3 – Sistema de distribuição 01AP3 - 13.8 kV

Dados de barras e de ramos (tabela 6.8).

Tabela 6.8 – Dados de barras e de ramos

Recondutoramento da rede de média tensão			
Cabo	Cabo	Rural valor em dólar (\$)	Urbano valor em dólar (\$)
De CAA 1/0	Para 266 MCM	9.053,42	11.340,81
De cabo CAA 4	Para 63-A1/S1A 6/1	4.778,85	6.405,98
De cabo CAA 4	Para 125 – A1/S1 A 26/7	9.564,10	11.818,38

As cargas intermediária e leve correspondem a 70% e 30%, respectivamente, da carga pesada.

Exercícios sobre fluxo de carga linear

7 – Problemas

7.1 – Uma concessionária de energia elétrica pretende analisar o comportamento dos fluxos de potência ativa em seu SEP, tendo em vista a previsão de carga para um horizonte de dez anos. Para isso como engenheiro da divisão de planejamento dessa concessionária você foi encarregado de estudar o problema. A figura 7.1 representa o diagrama unifilar do SEP com as cargas futuras previstas.

- a) Calcule os fluxos de potência ativa nas linhas de transmissão, considerando a barra 1 como a referência angular do SEP.
- b) Supondo que o fluxo de potência máximo permitido na linha 1-2 seja 0,5 pu, determine a reatância, em pu, do menor banco de capacitores que deverá ser instalado na linha 1-3, de modo que o limite máximo da linha 1-2 não seja ultrapassado.

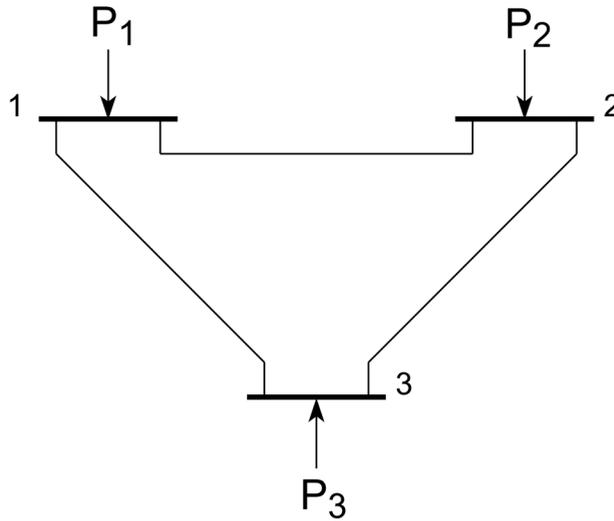


Figura 7.1 – Sistema da questão 7.1

7.2 – Para o SEP de quatro barras, cujos dados de ramo, na base de 100 MVA, estão mostrado na tabela 6.9:

Tabela 6.9 – Dados de ramo

Barra início	Barra fim	Resistência (%)	Reatância (%)	Cabo	Potência ativa (kW) Carga pesada na barra fim	Potência reativa (kVAR)	Shunt (kVAR)
1	2	20,82	14,91	CAA 1/0R	7,41	3,11	-
2	3	2,92	2,09	CAA 1/0R	1,04	0,44	-
3	4	13,51	9,68	CAA 1/0R	4,81	2,02	-
4	5	4,38	3,14	CAA 1/0R	1,56	0,66	-
4	6	93,13	49,67	CAA 4R	14,56	6,12	-
6	7	8,31	4,43	CAA 4R	1,3	0,55	-
3	8	39,44	28,26	CAA 1/0R	14,04	5,89	-
8	9	25,56	18,31	CAA 1/0R	9,1	3,82	-
9	10	148,01	78,94	CAA 4R	23,14	9,72	-
9	11	54,78	39,25	CAA 1/0R	19,5	8,19	-
11	12	285,23	204,34	CAA 1/0R	101,53	42,64	-
12	13	121,98	87,39	CAA 1/0R	43,42	18,24	-
13	14	69,39	49,71	CAA 1/0R	24,7	10,37	-
11	15	248,34	177,91	CAA 1/0R	88,4	37,13	-

Barra início	Barra fim	Resistência (%)	Reatância (%)	Cabo	Potência ativa (kW) Carga pesada na barra fim	Potência reativa (kVAR)	Shunt (kVAR)
15	16	146,08	104,65	CAA 1/0R	82	34,90	-
16	17	69,39	49,71	CAA 1/0R	124,7	53,10	-
17	18	219,12	156,98	CAA 1/0R	78	32,76	-
18	19	73,04	52,33	CAA 1/0R	26	10,92	-
19	20	424,06	226,16	CAA 4R	66,3	27,85	-
18	21	365,86	195,12	CAA 4R	57,2	24,02	-
21	22	449,01	239,47	CAA 4R	70,2	29,48	-
21	23	182,93	97,56	CAA 4R	5,10	2,20	-
23	24	41,57	22,17	CAA 4R	6,5	2,73	-
24	25	66,52	35,48	CAA 4R	1,4	0,6	-
25	26	232,82	124,17	CAA 4R	6,4	1,7	-
26	27	224,50	119,73	CAA 4R	3,0	1,3	-
27	28	54,05	28,82	CAA 4R	8,45	3,55	-
27	29	39,08	20,84	CAA 4R	6,11	2,57	-
26	30	241,13	128,60	CAA 4R	7,7	3,3	-
30	31	211,20	112,64	CAA 4R	3,02	1,3	-
31	32	216,19	115,30	CAA 4R	3,80	1,6	-
31	33	34,92	18,63	CAA 4R	5,46	2,29	-
17	34	101,53	72,73	CAA 1/0R	36,14	15,18	300
34	35	73,77	52,85	CAA 1/0R	26,26	11,03	-
35	36	69,39	49,71	CAA 1/0R	24,70	10,37	-
37	38	43,82	31,40	CAA 1/0R	15,6	6,55	-
38	39	7,30	5,23	CAA 1/0R	2,6	1,09	-
39	40	23,74	17,01	CAA 1/0R	8,45	3,55	-
40	41	43,82	31,40	CAA 1/0R	15,6	6,55	-
41	42	216,19	115,30	CAA 4R	33,8	14,19	-
42	43	116,41	62,08	CAA 4R	18,2	7,64	-
43	44	323,95	173,84	CAA 4R	5,9	2,50	-
38	45	108,09	57,65	CAA 4R	16,9	7,09	-
45	46	344,24	183,59	CAA 4R	3,8	1,60	-
46	47	178,77	95,34	CAA 4R	7,9	3,4	-
47	48	681,83	363,63	CAA 4R	6,6	2,8	-
47	49	615,31	328,16	CAA 4R	6,2	2,60	-
36	100	101,89	73,00	CAA 1/0R	36,27	15,23	
100	101	0,00	20,00	Regulador	0,13	0,05	
101	37	29,22	20,93	CAA 1/0R	10,4	4,37	

Pede-se:

a) Utilizando o fluxo de potência CC, calcular o fluxo de potência na linha 3 -4, nas seguintes condições de operação:

- 1) Gerador ligado na barra 4 despachando 20 MW, com carga na barra 2 de $50 + j 20$ MVA e na barra 3 de $30 + j 10$ MVA.
- 2) Gerador ligado na barra 4 despachando 35 MW, com carga na barra 2 de $60 + j 30$ MVA e na barra 3 de $30 + j 10$ MVA.

Obs.: considere a barra 1 como barra de referência.

7.3 – Um SEP tem os seguintes dados de ramos:

Terminais	Reatância em (pu)
1 - 2	0,0513
1 - 3	0,0819
1 - 4	0,0719
2 - 4	0,0410
2 - 5 (1)	0,0418
2 - 5 (2)	0,0523
3 - 4	0,0630
4 - 5	0,0693

Considerando-se a barra 1 como referência, montar a matriz B do fluxo de carga CC.

Soluções dos exercícios

8 – Solução dos exercícios

Exercícios computacionais e aspectos gerais do fluxo de carga

Problema 1.1 – Antes de 1929, os cálculos eram feitos à mão. Os analisadores de redes foram introduzidos entre 1929 e 1956, para resolver os cálculos de fluxo de potência. Em 1956 foi desenvolvido o primeiro fluxo de carga computacional por J. B. Ward e H. W. Hale. O sistema elétrico era resolvido através de um método de Newton modificado. O algoritmo de Gauss-Seidel foi utilizado em 1957, Em 1959, Van Ness usou o método de Newton com derivadas parciais obtidas dos resíduos de potências ativa e reativa. Em 1961, Van Ness e Griffin fizeram alterações no método de Newton-Raphson. O fluxo de potência da matriz de impedância foi apresentado por Brown e outros pesquisadores em abril de 1963, Técnicas de esparsidade foram implementadas no método de Newton-Raphson gerando o *Philadelphia Electric Company Power Flow Program*. Em 1973 foi proposto por Alçac e Stott o método desacoplado rápido. Atualmente as pesquisas desenvolvem novos fluxos de carga trifásicos e linearizados.

Problema 1.2 – Item c. No começo do desenvolvimento dos sistemas de potência, os mesmos não possuíam dimensões significativas, o que permitia a análise utilizando métodos de cálculo de queda de tensão simplificados. Em seguida, o desenvolvimento industrial permitiu que surgissem os TNAs – *Transient Network Analyzers*, que levou a simulação do funcionamento dos sistemas em salas de certas dimensões. Com a invenção do computador digital, métodos numéricos foram utilizados para a resolução do problema do fluxo de carga. Foram implementados em sequência os métodos de Newton-Raphson, Newton Desacoplado e Desacoplado Rápido.

Problema 1.3 – O objetivo de um cálculo de fluxo de potência é a determinação das tensões em módulo e ângulo para todos os nós do sistema elétrico de potência (SEP), dada certa configuração e uma condição de carga, e, a partir daí a determinação dos fluxos de potências ativa e reativa nos ramos e as potências ativas e reativas geradas, consumidas e perdidas no sistema elétrico.

Problema 1.4 – Item c. O Limite de estabilidade transitória do sistema não é objetivo do fluxo de carga.

Problema 1.5 – O fluxo de carga é extensivamente usado nas fases de projetos, planejamento e operação dos sistemas elétricos, constituindo o estudo em si, ou como parte de estudos mais complexos tais como os de: Otimização, estabilidade, contingências, curto-circuito, etc.

Problema 1.6 – Horário de ponta: Período composto por três horas diárias consecutivas, definidas pela distribuidora de energia, considerando a curva de carga de seu sistema elétrico. Horário fora de ponta: Período composto pelo conjunto das horas diárias consecutivas e complementares àquelas definidas no horário de ponta. No horário de ponta acontece o maior nível de carga no sistema elétrico. Neste período os geradores, transformadores, linhas de transmissão e distribuição apresentam maior carregamento. Assim, com o conhecimento sobre o horário de ponta e fora de ponta os engenheiros podem planejar a operação do SEP da melhor forma possível.

Problema 1.7 – O procedimento deve seguir o mesmo explicado no livro texto.

Problema 1.8 – Um transformador de três enrolamentos é muito comum em SEP. Dois de seus enrolamentos podem servir para elevar diferentes valores de tensão para duas linhas de transmissão alimentadas com tensões diferentes. Outra aplicação é usar um dos enrolamentos para suprir serviços auxiliares em uma subestação e o outro para elevar tensão em uma linha de transmissão.

O transformador de três enrolamentos é representado no sistema teste IEEE 14 barras como mostra a figura 8.1.

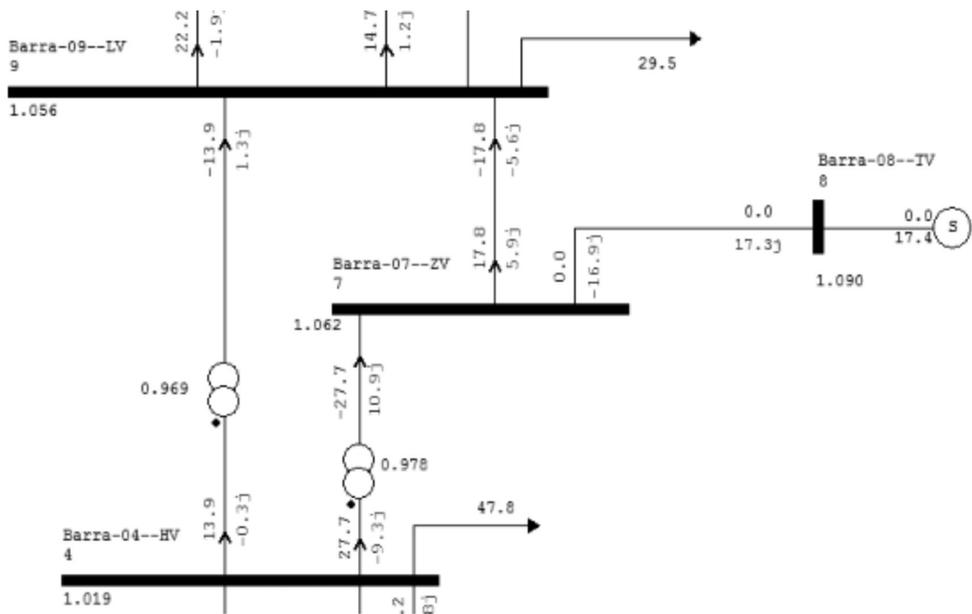


Figura 8.1 – Transformador de três enrolamentos

Todos os módulos de tensões das barras estão dentro dos limites normalizados de $0,90 \text{ pu} < V < 1,10 \text{ pu}$ conforme mostrado na figura 8.2,

CEPEL - CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELETRICA

IEEE 14 Bus Test Case - Winter 1962

RELATORIO DE DADOS DE BARRA CA

```

X-----X-----X-----
      BARRA          BARRA          TENSAC
      NUM.          NOME          TP ARE CONTR  MOD  ANG
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
      1 Barra-01--HV  2   1          1 1.060   -0.0
      2 Barra-02--HV  1   1          2 1.045   -5.0
      3 Barra-03--HV  1   1          3 1.010  -12.7
      4 Barra-04--HV  0   1          0 1.018  -10.3
      5 Barra-05--HV  0   1          0 1.020   -8.8
      6 Barra-06--LV  1   1          6 1.070  -14.2
      7 Barra-07--ZV  0   1          0 1.062  -13.4
      8 Barra-08--TV  1   1          8 1.090  -13.4
      9 Barra-09--LV  0   1          0 1.056  -14.9
     10 Barra-10--LV  0   1          0 1.051  -15.1
     11 Barra-11--LV  0   1          0 1.057  -14.8
     12 Barra-12--LV  0   1          0 1.055  -15.1
     13 Barra-13--LV  0   1          0 1.050  -15.2
     14 Barra-14--LV  0   1          0 1.036  -16.0
    
```

Figura 8.2 – Módulos de tensões das barras

Problema 1.9 – Resultados de módulos de tensões

Pode-se observar na tabela 8.1 que todas as tensões estão dentro da faixa $0,90 \leq V \leq 1,1 pu$ permitida para os sistemas de transmissão.

Tabela 8.1 – Tensões nas barras

Barra				Tensão		Geração		Carga		Shunt de Barra	
Número	Nome	Tipo	Área	Módulo [pu]	Ângulo [°]	MW	Mvar	MW	Mvar	Atual [pu]	Espec. Mvar
1	GERADOR-1	1	1	1,030	2,21	350,00	-44,71	0,00	0,00	0,00	0,0
2	BARRA-2	0	1	1,038	-0,61	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,0
3	BARRA-3	0	1	1,027	-5,25	0,00	0,00	47,00	31,00	-94,85	-90,0
4	BARRA-4	0	2	1,021	-7,26	0,00	0,00	108,00	70,00	0,00	0,0
5	BARRA-5	0	2	1,028	-5,83	0,00	0,00	31,00	20,00	0,00	0,0
6	BARRA-6	0	2	1,032	-2,82	0,00	0,00	17,00	12,00	0,00	0,0
7	BARRA-7	0	2	1,031	-5,85	0,00	0,00	15,00	14,00	0,00	0,0
8	BARRA-8	0	2	1,028	-7,83	0,00	0,00	39,00	24,00	0,00	0,0
9	C.SINCRONO	1	2	1,010	-7,83	0,00	-14,69	0,00	0,00	0,00	0,0
10	BARRA-10	0	1	1,024	-9,59	0,00	0,00	42,00	30,00	20,98	20,0
11	BARRA-11	0	1	1,028	-9,43	0,00	0,00	40,00	28,00	-31,71	-30,0
12	BARRA-12	0	1	1,029	-8,28	0,00	0,00	101,00	56,00	0,00	0,0
13	BARRA-13	0	1	1,026	-8,67	0,00	0,00	59,00	34,00	-31,55	-30,0
14	BARRA-14	0	1	1,030	-7,73	0,00	0,00	57,00	39,00	0,00	0,0
15	BARRA-15	0	1	1,026	-6,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,0
16	GERADOR-2	2	2	1,030	0,00	209,12	-3,54	0,00	0,00	0,00	0,0

Os resultados de fluxos nas linhas estão mostrados na tabela 8.2.

Tabela 8.2 – Resultado de fluxos nas linhas

DA Barra	PARA Barra	Circuito	Tap	Fluxo		Potência	Corrente	Carregamento	Perdas
				Número	Número	Número	pu	MW	Mvar
1	2	1	1,000	350,00	-44,71	352,84	197,78	68,37	0,00
2	3	1	-	175,00	-31,16	177,75	98,89	59,81	1,29
2	3	2	-	175,00	-31,16	177,75	98,89	59,81	1,29
3	12	1	-	209,75	-45,56	214,64	120,71	71,55	1,01
3	14	1	0,966	57,00	42,74	71,24	40,07	43,18	0,00
3	15	1	-	16,84	-16,53	23,59	13,27	11,80	0,02
3	15	2	-	16,84	-16,53	23,59	13,27	11,80	0,02
4	5	1	-	-36,18	-20,16	41,42	23,42	20,71	0,09
4	5	2	-	-36,18	-20,16	41,42	23,42	20,71	0,09
4	15	1	1,015	-33,64	-29,67	44,85	25,37	15,25	0,00
5	6	1	-	-103,54	-5,66	103,70	58,23	52,25	0,51
6	7	1	-	88,07	-16,15	89,54	50,09	44,77	0,44
6	16	1	1,000	-209,12	13,85	209,58	117,24	46,57	0,00
7	8	1	-	72,63	-10,03	73,32	41,07	36,66	0,23
8	9	1	1,000	0,00	14,96	14,96	8,40	14,96	0,00
10	8	1	0,967	-33,40	34,03	47,69	26,88	18,34	0,00
10	11	1	-	-8,60	-43,05	43,90	24,74	14,63	0,01
11	12	1	-	-48,60	-35,84	60,39	33,91	21,36	0,09
12	13	1	-	29,52	-11,73	31,76	17,83	14,70	0,02
12	13	2	-	29,52	-11,73	31,76	17,83	14,70	0,02

Pode-se observar que as linhas apresentam carregamento normal.

Exercícios sobre modelos usados em Fluxo de Carga não linear

Problema 2.1 – item a. As equações do fluxo de carga são não lineares por natureza. A partir da equação $[I]=[Y][V]$ e $I=S^*/V^*$ a não linearidade fica caracterizada pelo aparecimento de um termo quadrático envolvendo a tensão da barra i em cada uma das equações. 2 equações reais podem ser escritas envolvendo as partes real e imaginária de cada uma das equações. Assim, existem $2n$ equações. Para resolver essas equações, existem 6 grandezas envolvidas: P_G , Q_G , P_G , Q_G , V e Θ , sendo que as duas primeiras são conhecidas através de um estudo do nível de carga no sistema. Assim, restam $4n$ variáveis.

Problema 2.2 – item b. Duas, pois com $4n$ variáveis o SEP é possível de ser resolvido caso sejam especificadas 2 variáveis em cada barra, ficando o sistema com $2n$ equações e $2n$ variáveis.

Problema 2.3 – item a. Uma barra de carga é uma barra PQ. Há a necessidade, pois, de se especificar P e Q .

Problema 2.4 – Os elementos $Y(4,4)$ e $Y(8,8)$ são calculados a seguir:

Contribuição da reatância dos transformadores

$$y_1 = 1/(j*0,55618*0,969^2) + 1/(j*0,20912*0,978^2) = 0 - 6,9144*j$$

Contribuição da reatância das linhas

$$y_2 = 1/(0,06701 + j*0,17388) + j*0,0340/2 + 1/(0,05811 + j*0,17632) + j*0,0128/2 + 1/(0,01335 + j*0,04211) = 10,4568 - 31,6784*j$$

$$Y(4,4) = y_1 + y_2 = 10,5130 - 38,6352*j$$

$$Y(8,8) = 1/j0,17615 = 0 - 5,6770*j$$

O grau de esparsidade é dado por:

$$E = \frac{NB^2 - NB - 2NR}{NB^2} \times 100 = \frac{14^2 - 14 - 2 \times 20}{14^2} \times 100 = 72,45\%$$

Calculando a matriz de admitâncias e usando comando spy do MATLAB, vem:

Matriz da admitâncias em formato MATLAB

$$Y = \begin{bmatrix} 6,0250-19,4471i & -4,9991+15,2631i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1,0259+4,2350i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4,9991+15,2631i & 9,5213-30,2707i \\ -1,1350+4,7819i & -1,6860+5,1158i & -1,7011+5,1939i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ ; & 0 & -1,1350+4,7819i & 3,1210-9,8115i & -1,9860+5,0688i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 ; & 0 & & & -1,6860+5,1158i & -1,9860+5,0688i \end{bmatrix}$$

$10,5130-38,6352i$ $-6,8410+21,5786i$ 0 $0+4,8895i$
 0 $0+1,8555i$ 0 0 0 0 0
 $;$ $-1,0259+4,2350i$ $-1,7011+5,1939i$ 0 $-6,8410+21,5786i$
 $9.5680-35.5275i$ $0+4,2574i$ 0 0 0 0 0
 0 0 0 $0;$ 0 0 0
 0 $0+4,2574i$ $6,5799-17,3407i$ 0 0 0 0
 0 $-1,9550+4,0941i$ $-1,5260+3,1760i$ $-3,0989+6,1028i$ $0;$ 0 0
 0 0 $0+4,8895i$ 0 0 0 $0-19.5490i$
 $0+5.6770i$ $0+9,0901i$ 0 0 0 0 0
 $0;$ 0 0 0 0 0 0
 $0+5.6770i$ $0-5.6770i$ 0 0 0 0 0
 0 $0;$ 0 0 0 $0+1,8555i$ 0
 0 $0+9,0901i$ 0 $5.3261-24,0925i$ $-3,9020+10,3654i$ 0 0
 0 0 $-1,4240+3,0291i;$ 0 0 0 0
 0 0 0 0 $-3,9020+10,3654i$ $5.7829-$
 $14,7683i$ $-1,8809+4,4029i$ 0 0 $0;$ 0 0
 0 0 0 $-1,9550+4,0941i$ 0 0 0
 $-1,8809+4,4029i$ $3,8359-8,4970i$ 0 0 $0;$ 0 0
 0 0 0 0 $-1,5260+3,1760i$ 0 0
 0 0 0 $4,0150-5,4279i$ $-2,4890+2,2520i$ $0;$ 0
 0 0 0 0 0 $-3,0989+6,1028i$ 0
 0 0 0 0 $-2,4890+2,2520i$ $6,7249-10,6697i$
 $-1,1370+2,3150i;$ 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 $-1,4240+3,0291i$ 0 0 0
 $-1,1370+2,3150i$ $2,5610-5,3440i$]

O gráfico da esparsidade da matriz está mostrado na figura 8.3

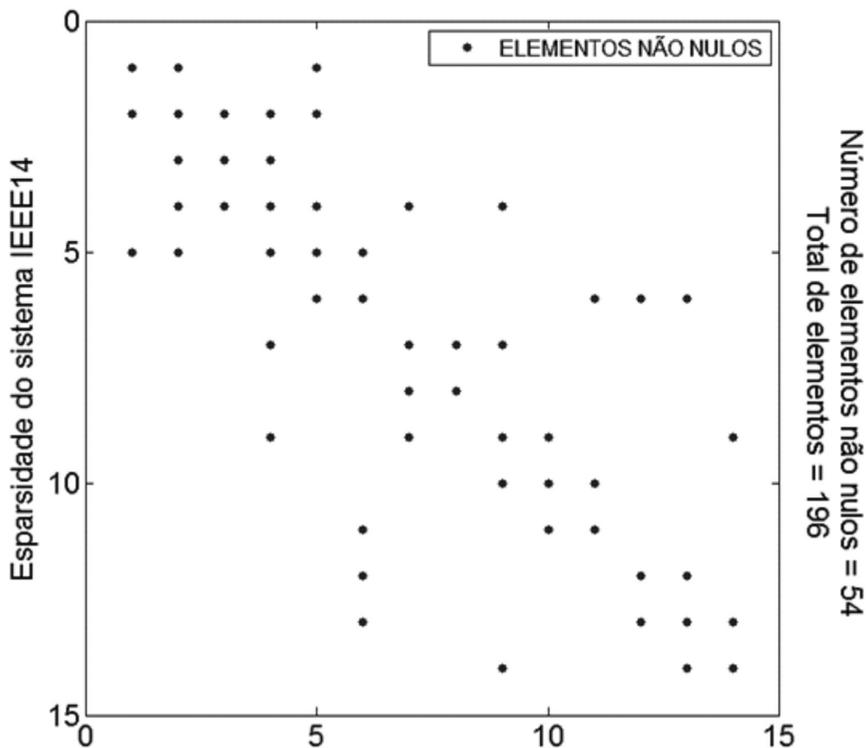


Figura 8.3 – Esparsidade da matriz

Problema 2.5 – item c. A topologia do sistema elétrico consiste em ligações de tal forma que uma barra normalmente não está ligada com todas as outras, o que leva ao aparecimento de zeros na matriz de admitâncias. Assim, a matriz de admitâncias normalmente não é cheia, ou seja, com valores não-nulos preenchidos em todos os elementos.

Problema 2.6 – item a. $y(\text{físico}) = -j10$ Logo: $z=1/y = 1/-j10 = j0,1$

Problema 2.7 – item c. Como o j é positivo, isso indica a impedância reativa das linhas de transmissão. De modo que as admitâncias físicas das linhas são o inverso de suas impedâncias. Assim:

$$1/(j0,2) = -5j$$

$$1/(j0,5) = -2j$$

$$1/(j0,25) = -4j$$

Assim, os elementos da matriz de admitância são:

$$-7j, -6j \text{ e } -9j$$

Problema 2.8 – As admitâncias série das linhas em pu são:

$$y_{12} = \frac{1}{0.00525 + j0.08250} = 0.76824 - j12.07232$$

$$y_{13} = \frac{1}{0 + j0.04500} = 0 - j22.22222$$

$$y_{34} = \frac{1}{0.00842 + j0.08810} = 1.07501 - j11.24800$$

$$y_{24} = \frac{1}{0.00120 + j0.0683} = 2.49538 - j14.20286$$

Os elementos da matriz de admitâncias serão:

Cálculo das admitâncias da diagonal principal

$$Y_{11} = y_{12} + y_{13} + \frac{1}{2}b_{12} = 0.768238812522293 - 34.292806419001103i$$

$$Y_{22} = y_{12} + y_{24} + \frac{1}{2}b_{12} = 3.26362 - j26.25744$$

Cálculo das admitâncias fora da diagonal principal

$$Y_{12} = -y_{12} = -0.76824 + j12.07232$$

$$Y_{13} = -y_{13} / tf = 0.0000000000000000 + 20.20202020202020li$$

$$Y_{14} = 0.0 + j0.0$$

$$Y_{23} = 0.0 + j0.0$$

$$Y_{24} = -y_{24} = -2.49538 + j14.20286$$

$$Y_{34} = -y_{34} = -1.07501 - j11.24800$$

A matriz de admitâncias será:

Y =

Columns 1 through 3

$$\begin{aligned}
 & 0,768238812522293 \quad -34,292806419001103i \quad -0,768238812522293 \\
 + & 12,072324196778883i \quad 0,0000000000000000 \quad +20,202020202020201i \\
 & -0,768238812522293 \quad +12,072324196778883i \quad 3,263617163867406 \\
 - & 26,257445979851486i \quad 0,0000000000000000 \quad + 0,0000000000000000i \\
 & 0,0000000000000000 \quad +20,202020202020201i \quad 0,0000000000000000 \quad + \\
 0, & 0000000000000000i \quad 5.669556434643549 \quad -24,269633503470168i \\
 & 0,0000000000000000 \quad + 0,0000000000000000i \quad -2,495378351345113 \\
 + & 14,202861783072601i \quad -5.669556434643549 \quad + 5.932160592542716i
 \end{aligned}$$

Column 4

$$\begin{aligned}
 & 0,0000000000000000 \quad + 0,0000000000000000i \\
 - & 2,495378351345113 \quad +14,202861783072601i \\
 - & 5.669556434643549 \quad + 5.932160592542716i \\
 & 8,164934785988661 \quad -20,091022375615317i
 \end{aligned}$$

Problema 2.9

- a) FALSO. A lei da conservação da energia é uma lei universal da física. O fato de haver banco de capacitores, não significa de maneira alguma que a lei possa ser violada.
- b) FALSO. O sistema elétrico é modelado por partes constituintes, sendo cada parte modelada de acordo com um bloco. Assim existem os blocos de geradores, banco de capacitores, linhas de transmissão, gera-

dores distribuídos, cargas elétricas, etc.

- c) FALSO. Um sistema elétrico deve necessariamente ter uma barra slack ou referência para efeito de balanço de potência de fluxo de carga, sendo que as demais barras podem ser PQs (por exemplo, no sistema de distribuição), PVs ou uma combinação desses dois últimos tipos.
- d) FALSO. Na configuração multiárea de sistemas elétricos de potência, é comum cada área ser processada a partir de uma barra de referência.
- e) FALSO. Cada patamar de carga reflete um estado operacional particular do sistema elétrico com níveis de tensão, fluxos de ativo e reativo e portanto, deve ser levado em consideração na análise do sistema.
- f) VERDADEIRO. A lei da conservação da energia é válida para qualquer situação, em geral.

Problema 2.10 – item b. A barra de tensão controlada também é chamada de barra PV, no qual se especificam a potência ativa gerada e o módulo da tensão.

Problema 2.11 – A seguir está um script MATLAB para resolver o exercício:

```
%Exercicio 2_8_11 - Matriz Y do sistema de Ward e Hale
clear all;
clc;
Y11=1/(0,123+j*0,518)+j*0,040/2+1/(0,080-j*0,370)+j*0,028/2;
Y12=0;
Y13=0;
Y14=-1/(0,080-j*0,370);
Y15=0;
Y16=-1/(0,123+j*0,518);
```

$$Y_{21}=0;$$

$$Y_{22}=1/(0,282+j*0,640)+1/(0,723+j*1,05);$$

$$Y_{23}=-1/(0,723+j*1,05);$$

$$Y_{24}=0;$$

$$Y_{25}=-1/(0,282+j*0,640);$$

$$Y_{26}=0;$$

$$Y_{31}=0;$$

$$Y_{32}=-1/(0,723+j*1,05);$$

$$Y_{33}=1/(j*0,11)+1/(0,723+j*1,05);$$

$$Y_{34}=-1/(j*0,11);$$

$$Y_{35}=0;$$

$$Y_{36}=0;$$

$$Y_{41}=-1/(0,080-j*0,370);$$

$$Y_{42}=0;$$

$$Y_{43}=-1/(j*0,11);$$

$$Y_{44}=1/(0,080-j*0,370)+(1/(j*0,11))/1,1^2+1/(0,097+j*0,407)+-j*0,028/2+j*0,030/2;$$

$$Y_{45}=0;$$

$$Y_{46}=-1/(0,097+j*0,407);$$

$$Y_{51}=0;$$

$$Y_{52}=-1/(0,282+j*0,640);$$

$$Y_{53}=0;$$

$$Y_{54}=0;$$

$$Y_{55}=1/(0,282+j*0,640)+1/(j*0,286);$$

$$Y_{56} = -1/(j*0,286);$$

$$Y_{61} = -1/(0,123+j*0,518);$$

$$Y_{62} = 0;$$

$$Y_{63} = 0;$$

$$Y_{64} = -1/(0,097+j*0,407);$$

$$Y_{65} = -1/(j*0,286);$$

$$Y_{66} = 1 / (0 , 0 9 7 + j * 0 , 4 0 7) + 1 / (0 , 1 2 3 + j * 0 , 5 1 8) + -j*0,040/2+j*0,030/2+(1/(j*0,286))/1,025^2;$$

$$Y = [Y_{11} \ Y_{12} \ Y_{13} \ Y_{14} \ Y_{15} \ Y_{16};$$

$$Y_{21} \ Y_{22} \ Y_{23} \ Y_{24} \ Y_{25} \ Y_{26};$$

$$Y_{31} \ Y_{32} \ Y_{33} \ Y_{34} \ Y_{35} \ Y_{36};$$

$$Y_{41} \ Y_{42} \ Y_{43} \ Y_{44} \ Y_{45} \ Y_{46};$$

$$Y_{51} \ Y_{52} \ Y_{53} \ Y_{54} \ Y_{55} \ Y_{56};$$

$$Y_{61} \ Y_{62} \ Y_{63} \ Y_{64} \ Y_{65} \ Y_{66}];$$

Processando a rotina, a matriz Y do sistema de Ward e Hale é dada por:

$$Y =$$

Columns 1 through 3

$$0,992203738568453 + 0,788532353429150i \ 0,0000000000000000 + 0,0000000000000000i \ 0,0000000000000000 + 0,0000000000000000i$$

$$0,0000000000000000 + 0,0000000000000000i \ 1,021401303878116 - 1,954524458980523i \ -0,444860385828705 + 0,646062800996044i$$

$$0,0000000000000000 + 0,0000000000000000i \ -0,444860385828705 + 0,646062800996044i \ 0,444860385828705 - 9.736971891905135i$$

$$-0,558269364968597 - 2,581995812979763i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i \quad 0,000000000000000 + 9,090909090909092i$$

$$0,000000000000000 + 0,000000000000000i \quad -0,576540918049411 + 1,308461657984478i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i$$

$$-0,433934373599856 + 1,827463459550613i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i$$

Columns 4 through 6

$$-0,558269364968597 - 2,581995812979763i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i \quad -0,433934373599856 + 1,827463459550613i$$

$$0,000000000000000 + 0,000000000000000i \quad -0,576540918049411 + 1,308461657984478i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i$$

$$0,000000000000000 + 9,090909090909092i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i$$

$$1,112371433997148 - 7,227095928970241i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i \quad -0,554102069028551 + 2,324943732934228i$$

$$0,000000000000000 + 0,000000000000000i \quad 0,576540918049411 - 4,804965154487976i \quad 0,000000000000000 + 3,496503496503497i$$

$$-0,554102069028551 + 2,324943732934228i \quad 0,000000000000000 + 3,496503496503497i \quad 0,988036442628407 - 7,445429556795130i$$

Problema 2.12 – Usando-se as regras de formação da matriz de admittâncias por inspeção teremos o diagrama unifilar mostrado na figura 8.4.

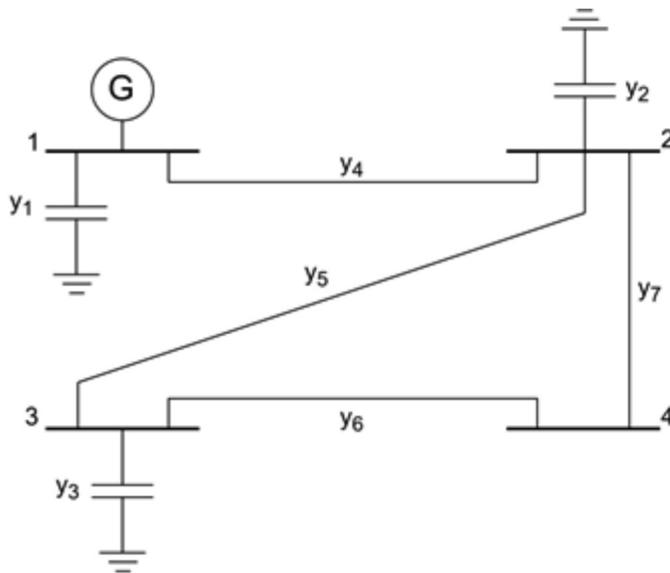


Figura 8.4 – Sistema do exemplo 2.12

Problema 2.13 – O sistema IEEE 14 barras possui 14 barras e 20 ramos. Logo:

$$E = \frac{NB^2 - NB - 2NR}{NB^2} \times 100 = \frac{14^2 - 14 - 2 \cdot 20}{14^2} \times 100 = 72,44\%$$

Problema 2.14 – O script em MATLAB abaixo foi escrito:

```
%Exemplo 2,15 Matriz Y
clear all;
clc;
Y11=1/(0,04+j*0,25)+j*0,25+1/(0,1+j*0,35);
Y12=-1/(0,04+j*0,25);
Y13=-1/(0,1+j*0,35);
Y14=0;
Y15=0;
```

$$Y_{21} = -1 / (0,04 + j*0,25);$$

$$Y_{22} = 1 / (0,08 + j*0,30) + 1 / (0,04 + j*0,25) + j*0,25 + j*0,25 + (1 / (j*0,015)) / 1,05^2;$$

$$Y_{23} = -1 / (0,08 + j*0,30);$$

$$Y_{24} = -(1 / (j*0,015)) / 1,05;$$

$$Y_{25} = 0;$$

$$Y_{31} = -1 / (0,1 + j*0,35);$$

$$Y_{32} = -1 / (0,08 + j*0,30);$$

$$Y_{33} = 1 / (0,08 + j*0,30) + 1 / (0,1 + j*0,35) + j*0,25 + (1 / (j*0,03)) / 1,05^2;$$

$$Y_{34} = 0;$$

$$Y_{35} = -(1 / (j*0,03)) / 1,05;$$

$$Y_{41} = 0;$$

$$Y_{42} = -(1 / (j*0,015)) / 1,05;$$

$$Y_{43} = 0;$$

$$Y_{44} = (1 / (j*0,015));$$

$$Y_{45} = 0;$$

$$Y_{51} = 0;$$

$$Y_{52} = 0;$$

$$Y_{53} = -(1 / (j*0,03)) / 1,05;$$

$$Y_{54} = 0;$$

$$Y_{55} = (1 / (j*0,03));$$

$$Y = [Y_{11} \ Y_{12} \ Y_{13} \ Y_{14} \ Y_{15};$$

Y21 Y22 Y23 Y24 Y25;

Y31 Y32 Y33 Y34 Y35;

Y41 Y42 Y43 Y44 Y45;

Y51 Y52 Y53 Y54 Y55];

Y =

Columns 1 through 3

1,378741942130516 - 6,291665440202514i -0,624024960998440 +
 3,900156006240249i -0,754716981132076 + 2,641509433962265i
 -0,624024960998440 + 3,900156006240249i 1,453900479670639
 -66,980821098464332i -0,829875518672199 + 3,112033195020747i
 -0,754716981132076 + 2,641509433962265i -0,829875518672199 +
 3,112033195020747i 1,584592499804275 -35.737858577584674i
 0,000000000000000 + 0,000000000000000i 0,000000000000000
 +63,492063492063494i 0,000000000000000 + 0,000000000000000i
 0,000000000000000 + 0,000000000000000i 0,000000000000000 +
 0,000000000000000i 0,000000000000000 +31,746031746031747i

Columns 4 through 5

0,000000000000000 + 0,000000000000000i 0,000000000000000 +
 0,000000000000000i
 0,000000000000000 +63,492063492063494i 0,000000000000000 +
 0,000000000000000i
 0,000000000000000 + 0,000000000000000i 0,000000000000000
 +31,746031746031747i
 0,000000000000000 -66,666666666666671i 0,000000000000000 +
 0,000000000000000i
 0,000000000000000 + 0,000000000000000i 0,000000000000000
 -33,333333333333336i

Problema 2.15 – Os três tipos de barras são PQ, PV e referência. Não é possível resolver o problema do fluxo de potência sem considerar os tipos de barras, pois, o sistema não-linear possui mais incógnitas do que equações.

Problema 2.16 – Nesse caso, não havendo geração do lado do sistema radial, não haverá nenhuma barra PV. Então o sistema pode ser resolvido modelando as barras somente como barra de referência e barra PQ.

Problema 2.17 – A rotina em MATLAB abaixo calcula os elementos da matriz de admitâncias:

```
%Programa para o exercício 2,18
%n_barras==5 Logo são 25 elementos na matriz Y
Y11=3*1/(0,96+j*3,78)+2*1/(0,80+j*3,36);
Y12=-2*1/(0,80+j*3,36);
Y13=0;
Y14=0;
Y15=-3*1/(0,96+j*3,78);
Y21=-2*1/(0,80+j*3,36);
Y22=1/(0,32+j*1,26)+2*1/(0,80+j*3,36);
Y23=-1/(0,32+j*1,26);
Y24=0;
Y25=0;
Y31=0;
Y32=-1/(0,32+j*1,26);
Y33=1/(0,84+j*3,36)+1/(0,32+j*1,26)+1/(0,54+j*1,10);
Y34=-1/(0,84+j*3,36);
Y35=-1/(0,54+j*1,10);
Y41=0;
```

$$\begin{aligned}
 Y_{42} &= 0; \\
 Y_{43} &= -1/(0,84+j*3,36); \\
 Y_{44} &= 1/(0,84+j*3,36)+1/(0,64+j*1,52); \\
 Y_{45} &= -1/(0,64+j*1,52); \\
 Y_{51} &= -3*1/(0,96+j*3,78); \\
 Y_{52} &= 0; \\
 Y_{53} &= -1/(0,54+j*1,10); \\
 Y_{54} &= -1/(0,64+j*1,52); \\
 Y_{55} &= 1/(0,64+j*1,52)+3*1/(0,96+j*3,78); \\
 Y &= [Y_{11} \ Y_{12} \ Y_{13} \ Y_{14} \ Y_{15}; \dots \\
 &\quad Y_{21} \ Y_{22} \ Y_{23} \ Y_{24} \ Y_{25}; \dots \\
 &\quad Y_{31} \ Y_{32} \ Y_{33} \ Y_{34} \ Y_{35}; \dots \\
 &\quad Y_{41} \ Y_{42} \ Y_{43} \ Y_{44} \ Y_{45}; \dots \\
 &\quad Y_{51} \ Y_{52} \ Y_{53} \ Y_{54} \ Y_{55}];
 \end{aligned}$$

A resposta do MATLAB para a matriz Y é:

Y =

Columns 1 through 3

$$\begin{aligned}
 &0,323469284099855 - 1,308866851207558i \ -0,134120171673820 + \\
 &0,563304721030043i \ 0,000000000000000 + 0,000000000000000i \\
 &-0,134120171673820 + 0,563304721030043i \ 0,323469284099855 - \\
 &1,308866851207558i \ -0,189349112426035 + 0,745562130177515i \\
 &0,000000000000000 + 0,000000000000000i \ -0,189349112426035 + \\
 &0,745562130177515i \ 0,618993532794076 - 1,758226119587877i
 \end{aligned}$$

$$0,0000000000000000 + 0,0000000000000000i \quad 0,0000000000000000 + 0,0000000000000000i \quad -0,070028011204482 + 0,280112044817927i$$

$$-0,189349112426036 + 0,745562130177515i \quad 0,0000000000000000 + 0,0000000000000000i \quad -0,359616409163559 + 0,732551944592435i$$

Columns 4 through 5

$$0,0000000000000000 + 0,0000000000000000i \quad -0,189349112426036 + 0,745562130177515i$$

$$0,0000000000000000 + 0,0000000000000000i \quad 0,0000000000000000 + 0,0000000000000000i$$

$$-0,070028011204482 + 0,280112044817927i \quad -0,359616409163559 + 0,732551944592435i$$

$$0,305322128851541 - 0,838935574229692i \quad -0,235294117647059 + 0,558823529411765i$$

$$-0,235294117647059 + 0,558823529411765i \quad 0,424643230073094 - 1,304385659589280i$$

Problema 2.18 – Um fluxo de potência é uma ferramenta matemática baseado em algoritmos numéricos que objetiva resolver o estado em regime permanente de uma rede elétrica, calculando na parte iterativa do algoritmo os módulos e ângulos das tensões e na parte não iterativa os fluxos de potência e as perdas de potência nos ramos e perdas totais.

Problema 2.19 – Um aerogerador ou um grupo de aerogeradores que constituem um parque eólico pode ser normalmente modelado em um fluxo de potência especificando a potência ativa gerada pelo parque (PG) e especificando a potência reativa gerado pelo parque em 0 (no intuito de manter fator de potência unitário). Isso ocorre, porque normalmente o produtor independente quer vender energia e ele não é responsável por fiscalizar a troca de reativo entre o parque eólico e o sistema elétrico. No entanto, é possível, que o parque possa operar como uma barra PV regulando a tensão e não o fator de potência em determinados horários do dia.

Problema 2.20 – O modelo de linha de transmissão usado no fluxo de potência normalmente é o modelo π devido a economia de memória. Pois, o modelo π possui duas barras e o modelo T possui três barras, requerendo assim um gasto de memória adicional.

Problema 2.21 – Uma barra de um sistema de potência é um nó elétrico, ou seja, um ponto do sistema onde se estabelece um nível de tensão e por onde uma determinada quantidade de corrente elétrica trafega de um ponto a outro do sistema. Existem basicamente três tipos de barras: referência ou swing ou slack, PV e PQ. A primeira serve como referência angular para as outras barras. A segunda, estabelece e trabalha com um nível de tensão fixo em seus terminais, baseado na sua capacidade de gerar potência reativa, podendo também admitir a presença de cargas ligadas na barra; enquanto que a última apesar de ser chamada de barra de carga, também admite potências ativas e reativas especificadas geradas.

Problema 2.22 – Não. Pois, o problema do fluxo de carga envolve equações não-lineares e essas equações podem admitir mais de uma solução. Um problema que corriqueiramente aparece na literatura de sistemas de potência, mas que está fora do escopo do texto do livro é o problema do fluxo de carga continuado. Nesse problema, pode-se visualizar a presença de dois níveis de tensão para um mesmo nível de carga no sistema, caracterizando assim a multiplicidade de soluções que pode haver no problema do fluxo de potência. O único ponto de operação com solução única é o ponto de colapso do sistema, correspondente ao carregamento adicional máximo que o sistema suporta sem perder a estabilidade de tensão. As soluções abaixo do ponto de carregamento máximo não têm sentido prático, já que correspondem a pontos de operação instáveis.

Problema 2.23 – A presença de transformadores com tap em quadratura leva a perda da simetria da matriz de admitâncias, conforme a seguir

$$\begin{bmatrix} I_I \\ I_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -(p + jq)y \\ -(p - jq)y & (p^2 + q^2)y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_I \\ V_K \end{bmatrix}$$

Quando se zeram os tapes em quadratura, a matriz Y volta a ser simétrica:

$$\begin{bmatrix} I_I \\ I_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -py \\ -py & (p^2 + q^2)y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_I \\ V_K \end{bmatrix}$$

Problema 2.24 – Quando a diferença entre os ângulos de duas barras alcança os 90° , temos o que se chama da máxima transferência de potência entre as duas barras, ou capacidade de transmissão do sistema. Assim:

$$P_{\max} = \frac{V_i V_j}{x_{ij}} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) = \frac{V_i V_j}{x_{ij}}$$

Problema 2.25 – Isso é possível, porque apesar de ocorrer uma transformação das tensões elétricas no transformador, quando o tape está fora do nominal, a lei da conservação da energia continua válida.

Problema 2.26 – Existem algumas situações operacionais que determinam a necessidade desses estudos. Por exemplo, na carga leve o efeito capacitivo de linhas longas pode se tornar bastante expressivo e elevar bastante a tensão no terminal da linha. Isso pode levar a necessidade de se consumir energia reativa através, por exemplo, de um compensador estático, promovendo assim o abaixamento no nível tensão do terminal da linha. Na carga intermediária o nível de circulação de reativos também é diferente daquele no horário de carga pesada e, portanto a regulação de tensão passa por ajustes nos equipamentos que geram reativos.

Problema 2.27 – Dados de barras são normalmente, assim como os dados de ramos, os dados que alimentam um programa de cálculo de fluxo de carga. Nesses dados estão inclusos o número das barras, o tipo das barras (ref., PV ou PQ) e as potências geradas e consumidas em cada barra. Também são incluídos os valores iniciais das tensões ou de partida para processar o método numérico de fluxo de carga (o módulo e o ângulo das tensões de partida são especificados).

Problema 2.28 – Sim, considerando-se o sistema elétrico equilibrado. Essa representação é normalmente uma característica dos sistemas de transmissão. Essa representação também é usada para analisar sistemas de distribuição. Mas, com o avanço dos métodos de fluxo de carga e a formulação trifásica dos mesmos, os sistemas de distribuição passaram a ser analisados principalmente por ferramentas trifásicas de fluxo de carga.

Problema 2.29 – Em níveis de tensão de distribuição e com linhas curtas, o efeito capacitivo não é expressivo, de modo que ele pode ser desprezado.

Problema 2.30 – Balanço de barra é um termo que se refere a geração, ao consumo e a transmissão de potência em cada barra. Assim, o balanço de barra é um termo que se refere a lei da conservação de energia em cada barra, ou seja, a potência gerada deve ser igual a soma da potência consumida com a potência transmitida.

Problema 2.31 – O elemento Y11 passa a ser dado por:

$$Y_{11} = 1 / (0,123 + j*0,518) + j*0,040 / 2 + 1 / (0,080 - j*0,370) + -j*0,028 / 2 + j*0,033808;$$

O elemento Y44 passa a ser dado por:

$$Y_{44} = 1 / (0,080 - j*0,370) + (1 / (j*0,11)) / 1,1^2 + 1 / (0,097 + j*0,407) + -j*0,028 / 2 + j*0,030 / 2 + j*0,029326;$$

E o elemento Y66 passa a ser dado por:

$$Y_{66} = 1 / (0,097 + j*0,407) + 1 / (0,123 + j*0,518) + -j*0,040 / 2 + j*0,030 / 2 + (1 / (j*0,286)) / 1,025^2 + j*0,035088;$$

Os demais elementos permanecem os mesmos.

Assim:

Y =

Columns 1 through 3

$$\begin{aligned}
 &0,992203738568453 + 0,822340353429149i \quad 0,000000000000000 + \\
 &0,000000000000000i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i \\
 &0,000000000000000 + 0,000000000000000i \quad 1,021401303878116 - \\
 &1,954524458980523i -0,444860385828705 + 0,646062800996044i \\
 &0,000000000000000 + 0,000000000000000i -0,444860385828705 + \\
 &0,646062800996044i \quad 0,444860385828705 - 9.736971891905135i \\
 &-0,558269364968597 - 2,581995812979763i \quad 0,000000000000000 + \\
 &0,000000000000000i \quad 0,000000000000000 + 9,090909090909092i \\
 &0,000000000000000 + 0,000000000000000i -0,576540918049411 + \\
 &1,308461657984478i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i \\
 &-0,433934373599856 + 1,827463459550613i \quad 0,000000000000000 + \\
 &0,000000000000000i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i
 \end{aligned}$$

Columns 4 through 6

$$\begin{aligned}
 &-0,558269364968597 - 2,581995812979763i \quad 0,000000000000000 + \\
 &0,000000000000000i -0,433934373599856 + 1,827463459550613i \\
 &0,000000000000000 + 0,000000000000000i -0,576540918049411 + \\
 &1,308461657984478i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i \\
 &0,000000000000000 + 9,090909090909092i \quad 0,000000000000000 + \\
 &0,000000000000000i \quad 0,000000000000000 + 0,000000000000000i \\
 &1,112371433997148 - 7,197769928970241i \quad 0,000000000000000 + \\
 &0,000000000000000i -0,554102069028551 + 2,324943732934228i \\
 &0,000000000000000 + 0,000000000000000i \quad 0,576540918049411 - \\
 &4,804965154487976i \quad 0,000000000000000 + 3,496503496503497i \\
 &-0,554102069028551 + 2,324943732934228i \quad 0,000000000000000 + \\
 &3,496503496503497i \quad 0,988036442628407 - 7,410341556795130i
 \end{aligned}$$